La crescita economica

Il percorso
La crescita economica

Il modello di Solow

- Costruzione
- Equilibrio di stato stazionario
- Il risparmio e la regola aurea
- La crescita della popolazione

Tabella 7.1 Differenze nel tenore di vita tra diversi paesi, 1999

Paese	*Reddito pro capite (in dollari USA)*
Stati Uniti	31 910
Giappone	25 170
Germania	23 510
Messico	8070
Russia	6990
Brasile	6840
Cina	3550
Indonesia	2660
India	2230
Pakistan	1860
Bangladesh	1530
Nigeria	770

Obiettivi della teoria della crescita

Oggetto: La teoria della crescita studia l'aumento delle capacità di produzione e consumo.

Obiettivi:

- Determinare le cause della crescita economica
- Suggerire politiche che permettano di migliorare le condizioni di vita nel lungo periodo

Il modello di Solow (premio Nobel per l'economia)

Studia il ruolo dell'accumulazione di capitale fisico, della crescita della popolazione e del miglioramento tecnologico.

Rappresenta il paradigma di riferimento delle teorie successive.

La teoria della crescita

Il modello di Solow 1956

Obiettivi:

- Analisi dinamica della produzione aggregata
- Politiche che permettono di massimizzare il consumo pro capite
- Ruolo di crescita della popolazione e sviluppo tecnologico

Ipotesi:

- Market clearing: mercati sempre in equilibrio
- Economia chiusa ($NX = 0$) e assenza di G e T

Variabili esogene:

- Tasso di risparmio e tasso di ammortamento del capitale
- Tassi di crescita del progresso tecnologico e della popolazione

La teoria della crescita
Il modello di Solow 1956

Modello dinamico:

Il capitale *K* e il lavoro *L* non sono fissi ma cambiano nel tempo a seguito di:

- Investimenti e ammortamento dello stock di capitale
- Crescita della popolazione

La tecnologia di produzione migliora nel tempo:

- Crescita della produttività della funzione di produzione

È il modello più semplice di teoria della crescita usato come riferimento nelle politiche economiche e per i modelli più sofisticati

La funzione di produzione

Funzione di produzione (neoclassica):

$$Y = F(K,L)$$

Rendimenti di scala costanti (*RSC*)*:*

$$zY = F(zK, zL)$$

L’offerta di beni

La funzione di produzione pro capite

Tutte le variabili possono essere espresse in termini **pro capite** (denotate con lettere minuscole)

$$k = K/L$$

$$y = Y/L$$

$$c = C/L$$

$$i = I/L$$

L’offerta di beni

La funzione di produzione pro capite

Il reddito e il capitale pro capite rappresentano anche i valori medi nella popolazione.

Utilizzando variabili pro capite possiamo confrontare economie di dimensioni diverse.

Una nazione piccola ma molto produttiva può avere un reddito per abitante (pro capite) superiore a quello di un paese più grande anche se la produzione totale è inferiore.

L'offerta di beni

La funzione di produzione pro capite

Poiché $F(K,L)$ *è a RSC abbiamo* (... $z = 1/L$):

$$y = Y/L = F(K, L)/L$$

$$= F(K/L, L/L)$$

$$y = F(k, 1) = f(k)$$

La produttività marginale del capitale **pro capite**:

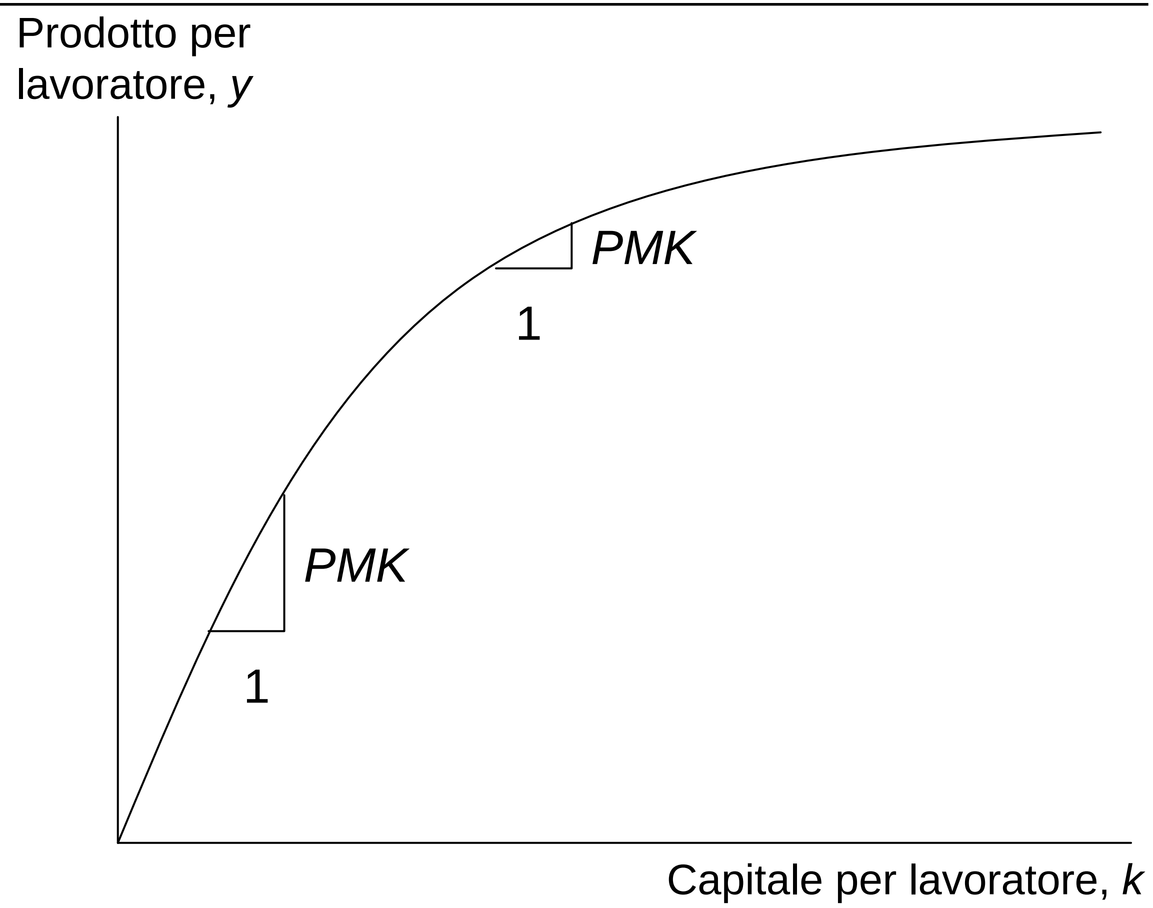
$$PMK = f(k + 1) - f(k)$$

è decrescente

L’offerta di beni

La funzione di produzione pro capite

La *PMK* è decrescente e la pendenza della funzione di produzione cala con l’aumento di capitale utilizzato



Reddito pro capite
La funzione Cobb-Douglas

Consideriamo la funzione di produzione:

$$\boxed{Y = F(K, L) = K^{1/2} L^{1/2}}$$

La funzione di produzione pro capite è ottenuta dividendo la produzione totale per il lavoro totale ***L***:

$$\boxed{\frac{Y}{L} = \frac{K^{1/2} L^{1/2}}{L} = \frac{K^{1/2}}{L^{1/2}} = \left(\frac{K}{L}\right)^{1/2}}$$

Denotiamo ***y* = *Y/L*** e ***k* = *K/L*** :

$$\boxed{y = \frac{Y}{L} = k^{1/2}}$$

La domanda di beni

Le funzione di consumo e investimenti

Il prodotto per lavoratore è diviso tra consumo c e investimento i:

$$y = c + i$$

Il modello di Solow suppone che venga risparmiata una frazione fissa del reddito:

s = tasso di risparmio

Quindi il consumo è (la rimanente) frazione di reddito. La funzione di consumo è data da:

$$c = (1 - s)y$$

La domanda di beni

Le funzione di consumo e investimenti

Come nel modello statico l'equilibrio macroeconomico implica che:

Investimenti = Risparmio

$$i = sy$$

Utilizzando la funzione di produzione pro capite abbiamo:

$$i = sf(k)$$

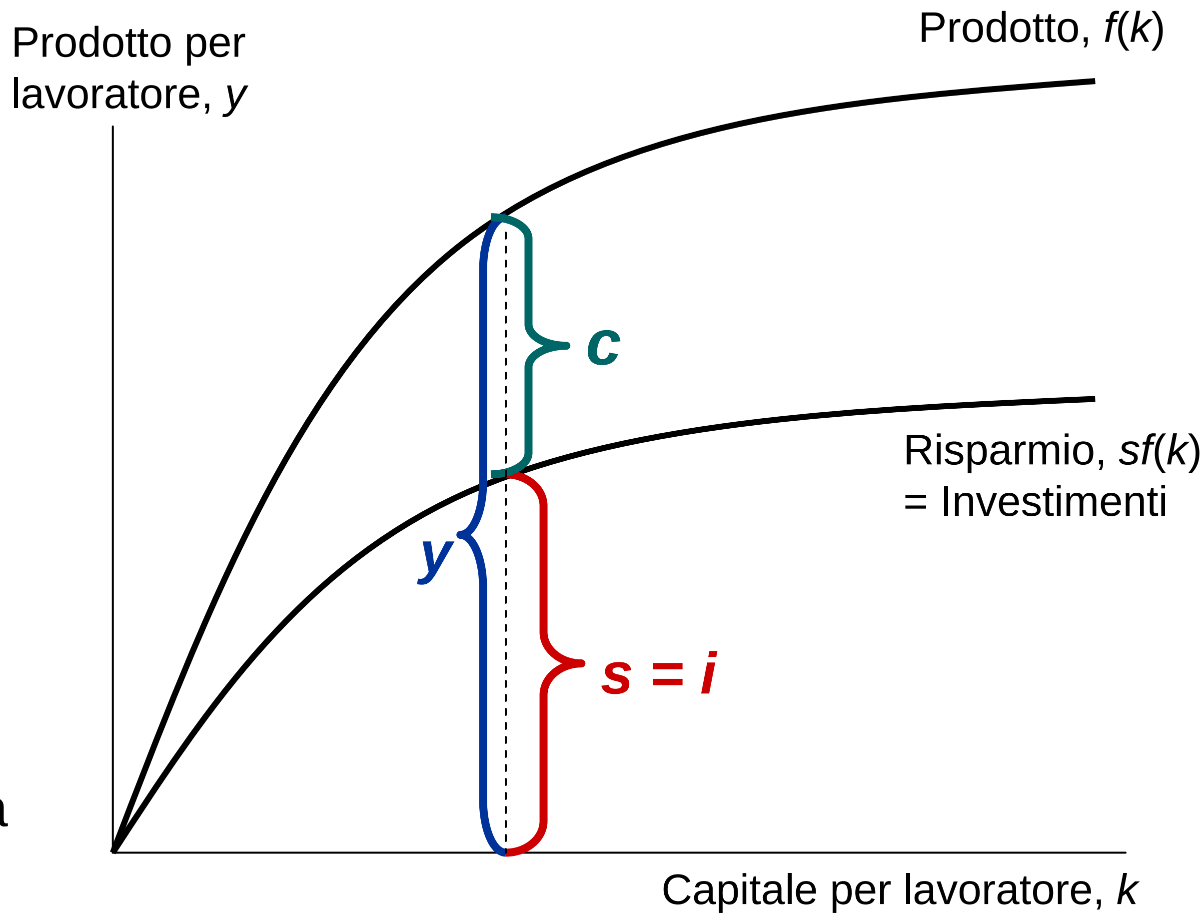
Il cui grafico è uguale a quello della funzione di produzione "riscalato" di un coefficiente tra zero e uno (il tasso di risparmio).

La funzione di produzione pro capite
Consumi e investimenti

Il reddito *y* è diviso tra consumi e investimenti

Nota: Variazioni di *s* spostano la funzione *sf(k)* in alto e in basso.

Se *s* = 1 tutta la produzione è risparmiata e *c* = 0



Lo stock di capitale

L'ammortamento

L'ammortamento del capitale rappresenta la frazione di capitale che si logora (non è più utile ai fini produttivi).

Ipotesi: Il tasso annuo di ammortamento è δ

Esempio: Se il capitale installato dura 25 anni il tasso di ammortamento è pari a

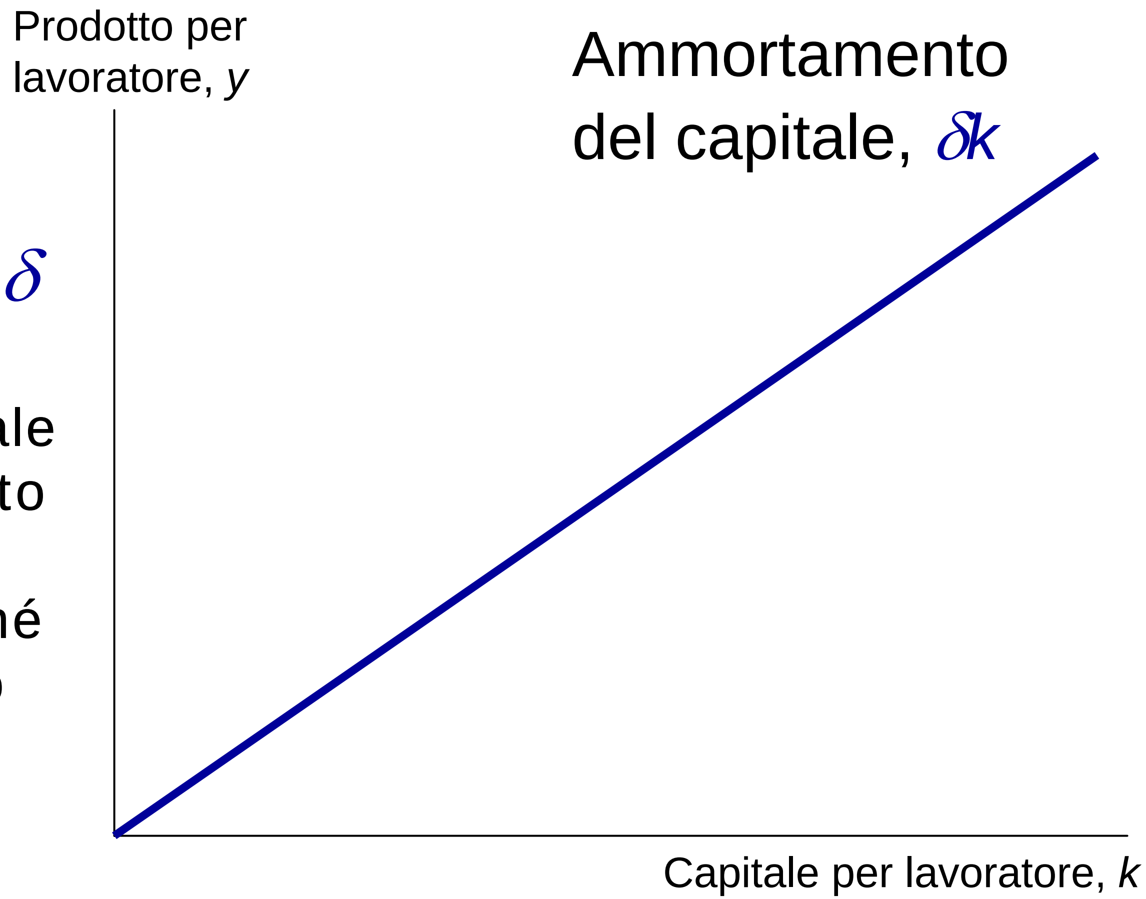
$$\delta = 1/25 = 0{,}04$$

Ovvero il capitale si deprezza al tasso 4% annuo.

Lo stock di capitale
L’ammortamento

Il capitale si deprezza al tasso costante δ

che rappresenta la frazione percentuale di capitale installato che viene perso in ogni periodo perché non più produttivo



La variazione dello stock di capitale
Investimenti e ammortamento

La variazione netta dello stock di capitale è data dalla differenza tra investimenti in nuovo capitale e logoramento di quello installato (ammortamento):

$$\Delta k = i - \delta k$$

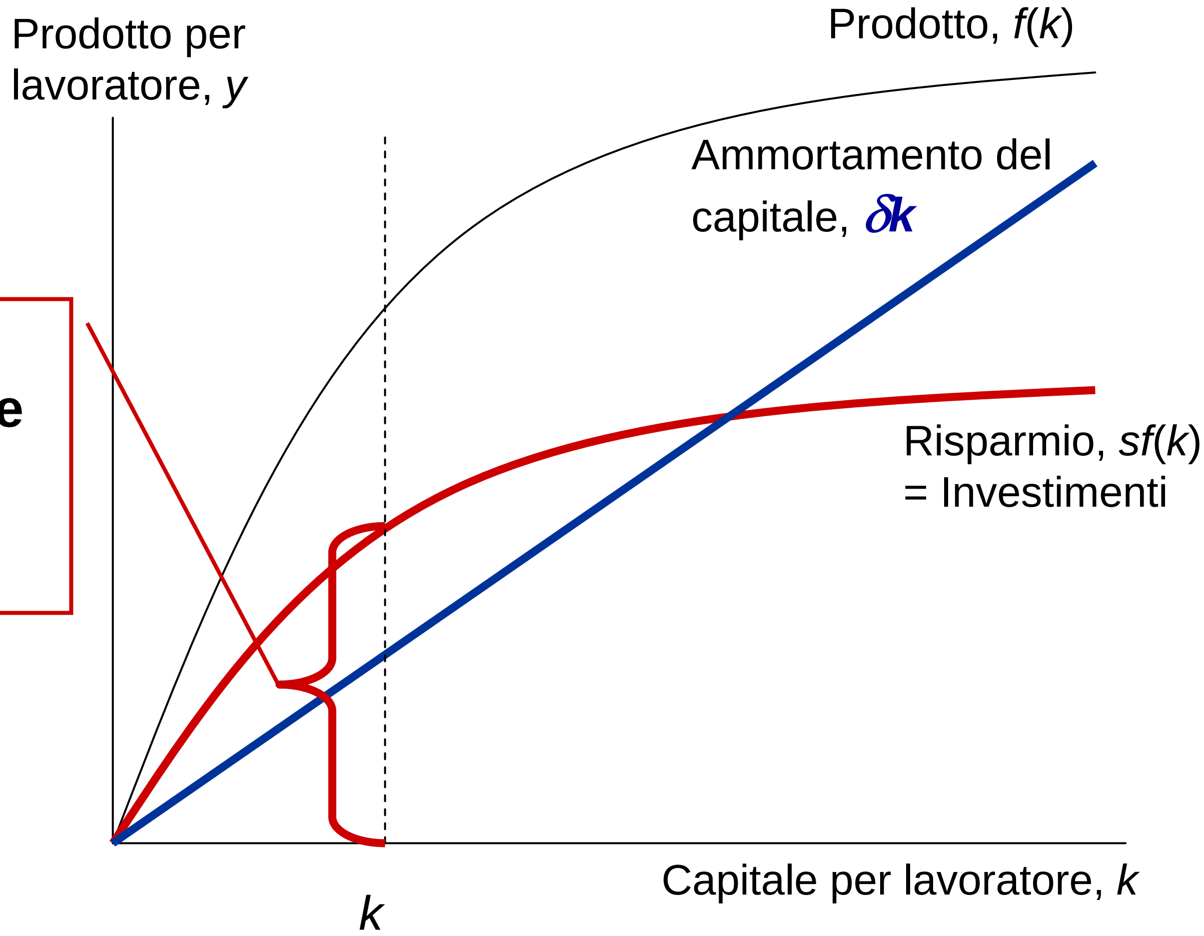
E poiché gli investimenti sono uguali ai risparmi

$$\Delta k = s\,f(k) - \delta k$$

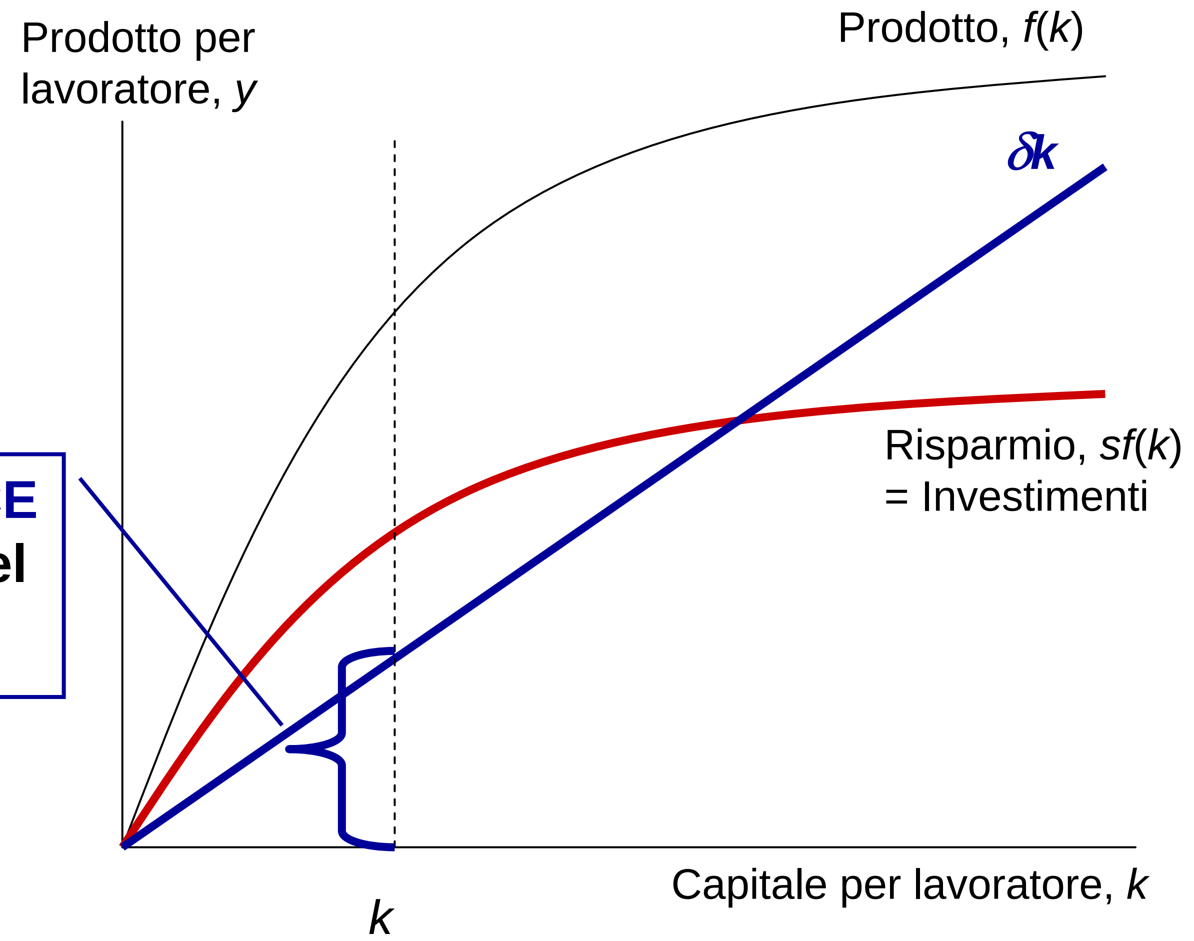
Lo stock di capitale

La funzione di risparmio e gli investimenti

Gli investimenti AUMENTANO il capitale installato nel periodo successivo



Lo stock di capitale
Il deprezzamento

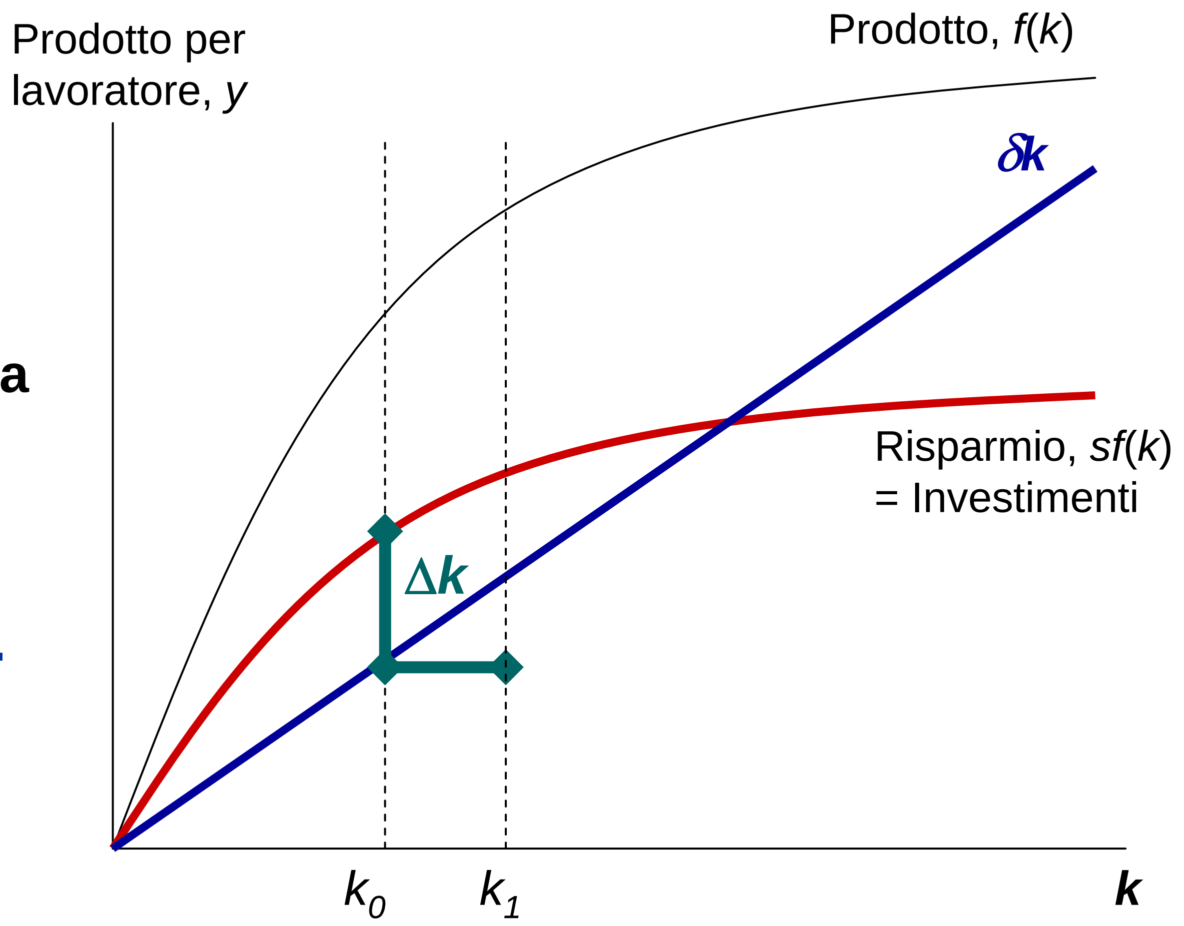


Il deprezzamento RIDUCE il capitale disponibile nel periodo successivo

Analisi dinamica
L'accumulazione del capitale

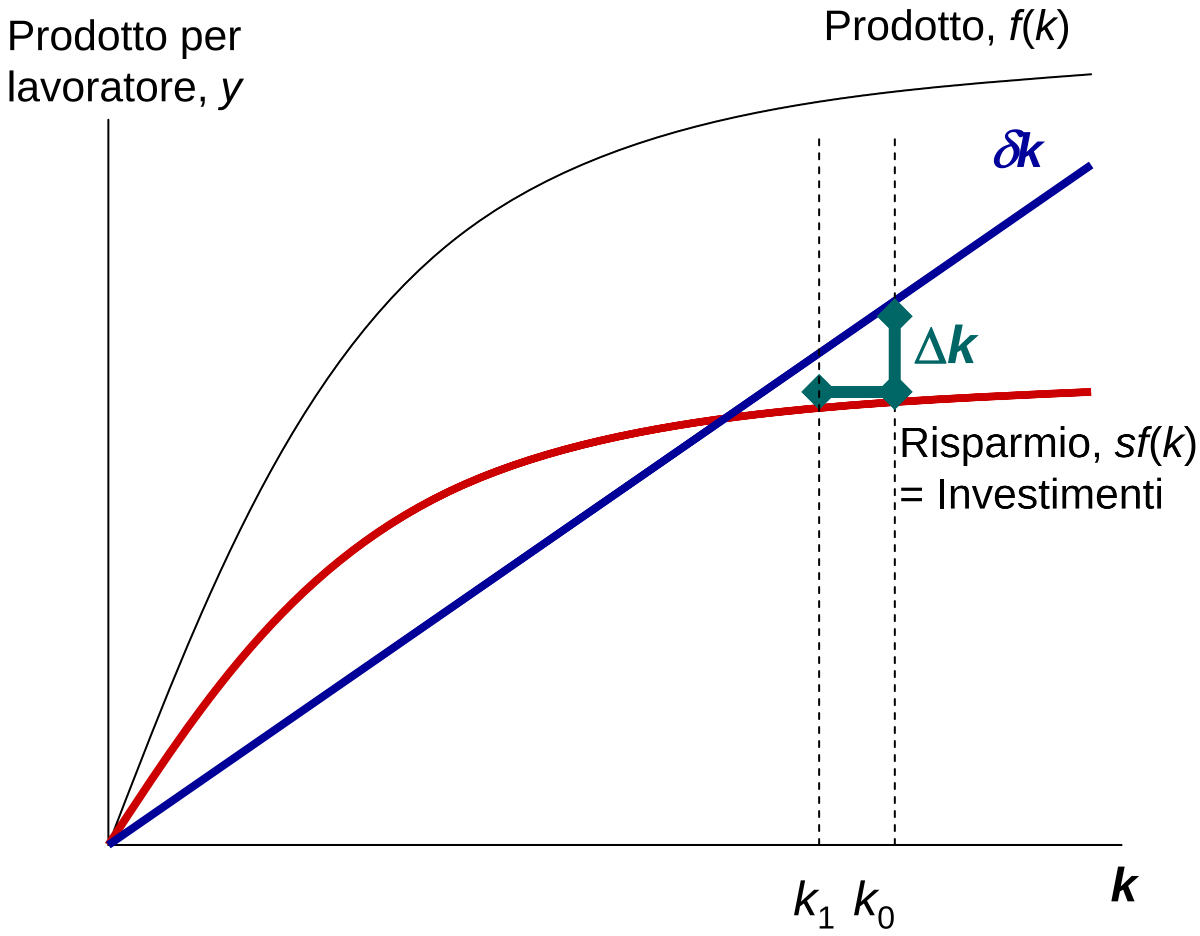
La DIFFERENZA tra investimenti e ammortamento misura la variazione dello stock di capitale:

Può essere positiva…



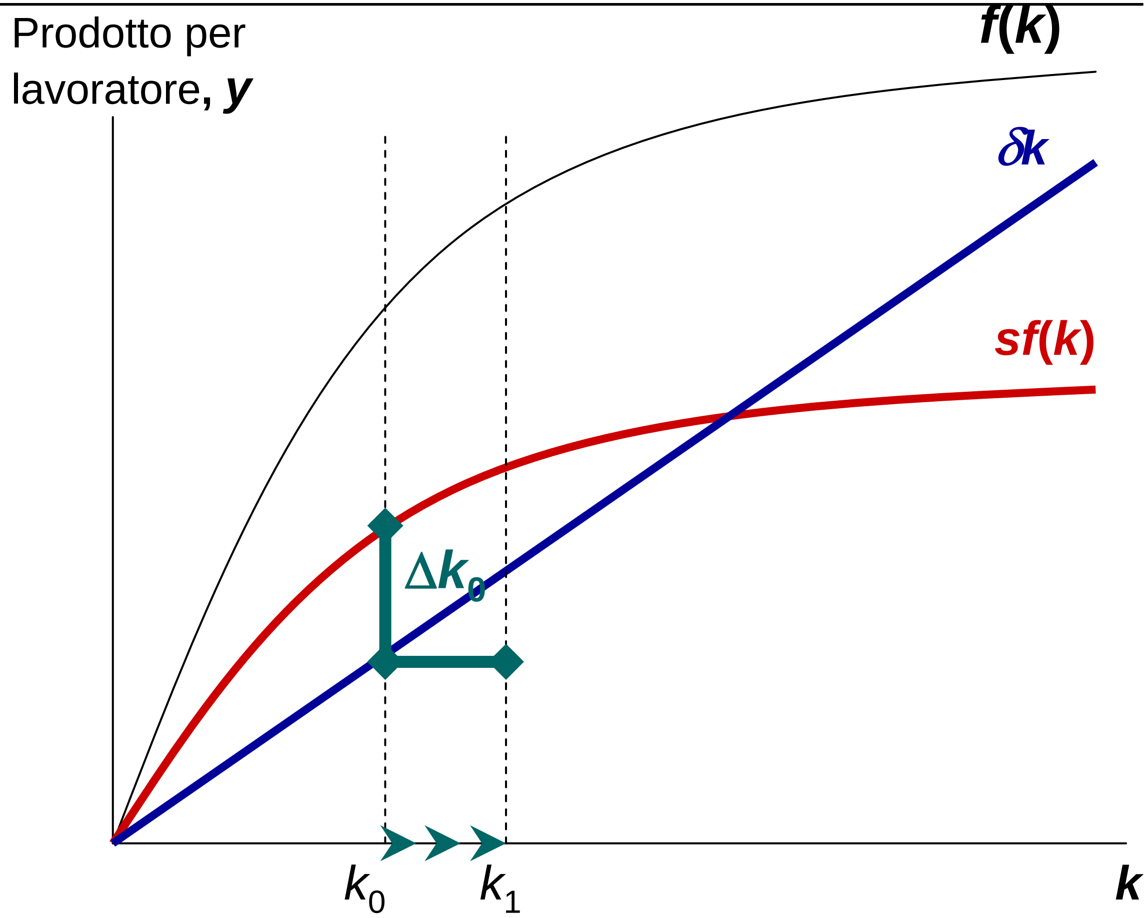
Analisi dinamica
L'accumulazione del capitale

…o può essere negativa se l'ammortamento è superiore all'investimento



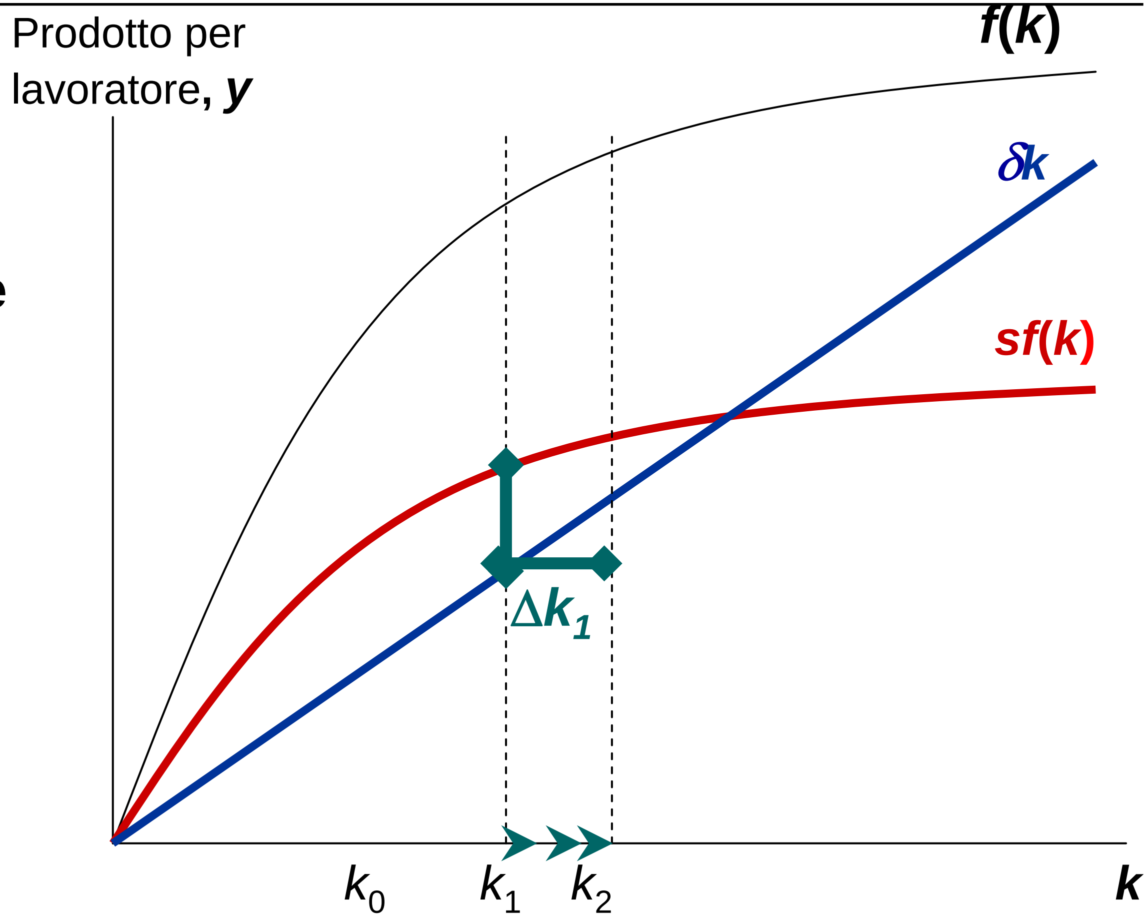
Analisi dinamica
La convergenza verso lo stato stazionario

Fino a quando l'investimento è superiore al deprezzamento il capitale installato aumenta



Analisi dinamica
La convergenza verso lo stato stazionario

La produttività marginale del capitale è decrescente e gli aumenti di produzione si riducono con l'aumentare di *k*

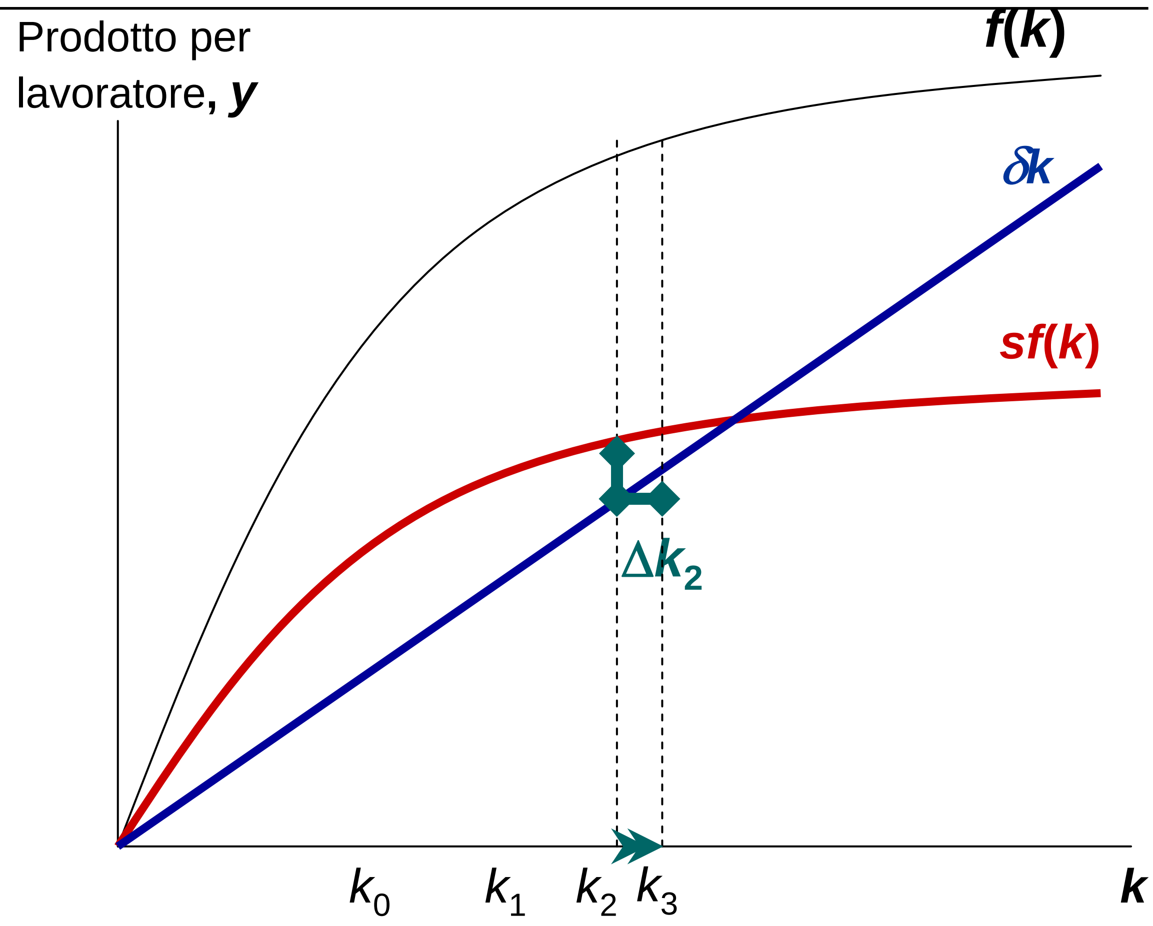


Analisi dinamica
La convergenza verso lo stato stazionario

Fino a quando

$$sf(k) > \delta k$$

lo stock di capitale continua a crescere



Lo stato stazionario
Investimenti e ammortamento sono uguali

Quando gli investimenti sono uguali all'ammortamento lo stock di capitale pro capite non cambia. I nuovi investimenti compensano esattamente l'ammortamento.

Nel lungo periodo l'economia è caratterizzata da un

equilibrio di stato stazionario

in cui la variabile endogena ***k**** non varia.

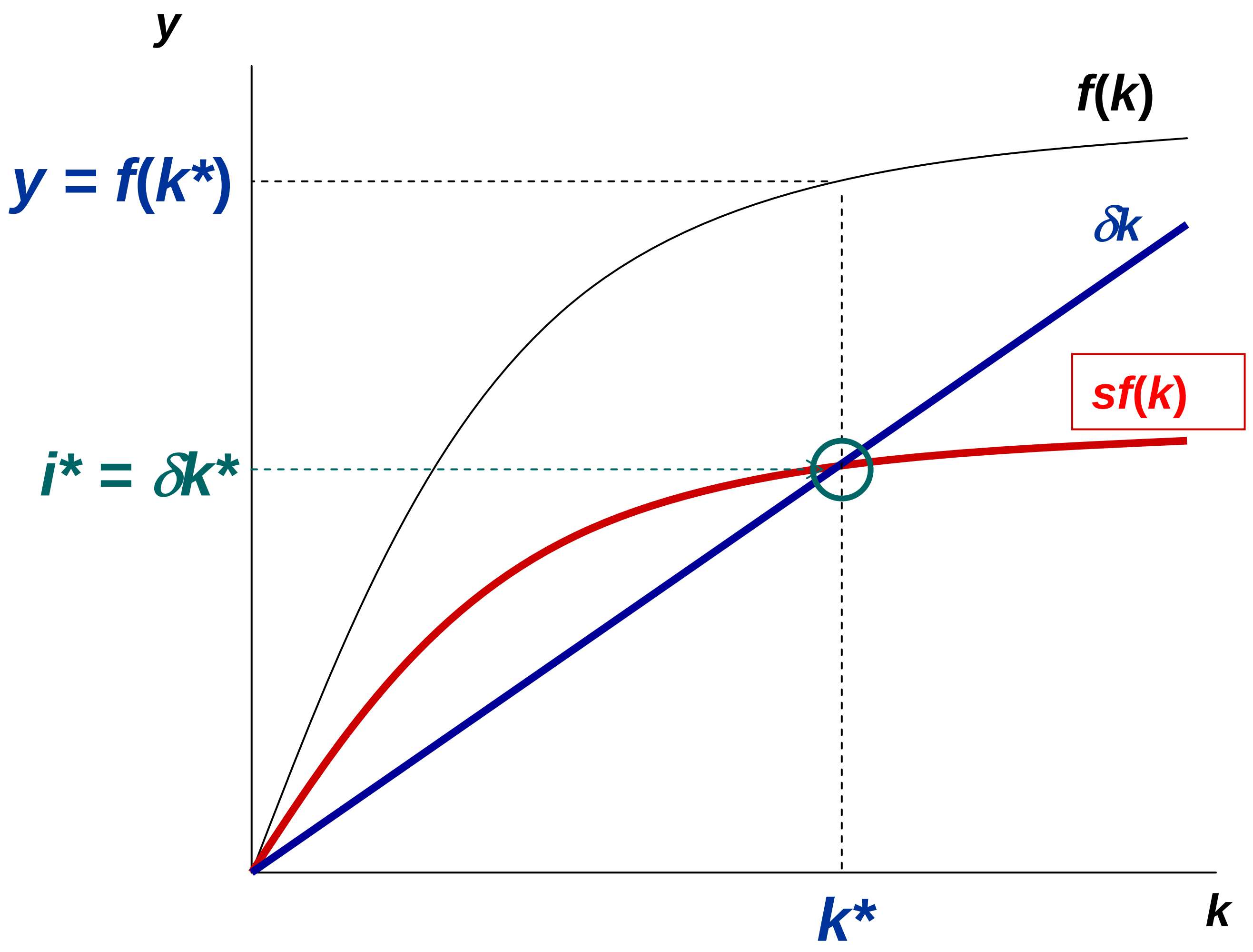
Questo implica che anche il reddito e il consumo di stato stazionario non variano:

$$y^* = f(k^*)$$
$$c^* = sf(k^*)$$

Dinamica del modello
Lo stato stazionario

In stato stazionario gli investimenti (risparmi) sono uguali all'ammortamento

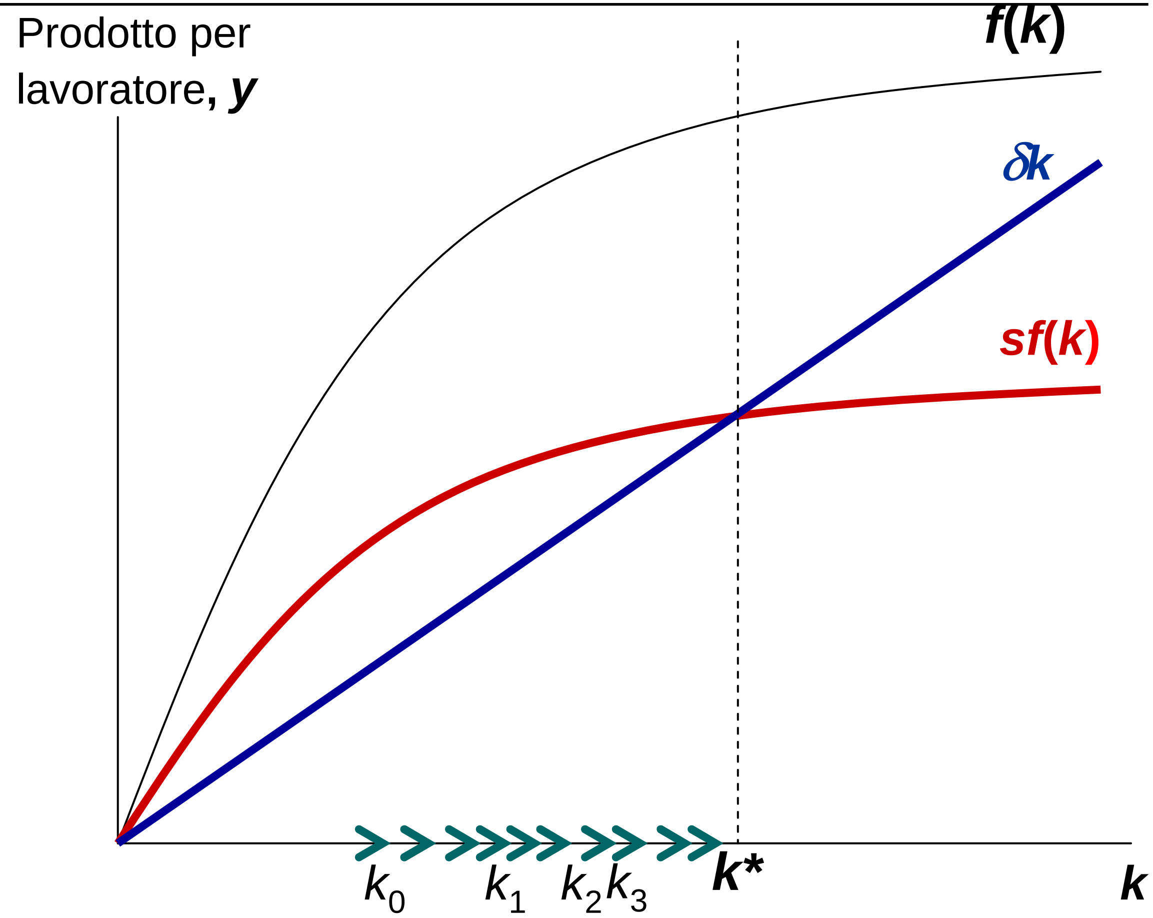
Il capitale pro capite smette di crescere



Analisi dinamica

La convergenza verso lo stato stazionario

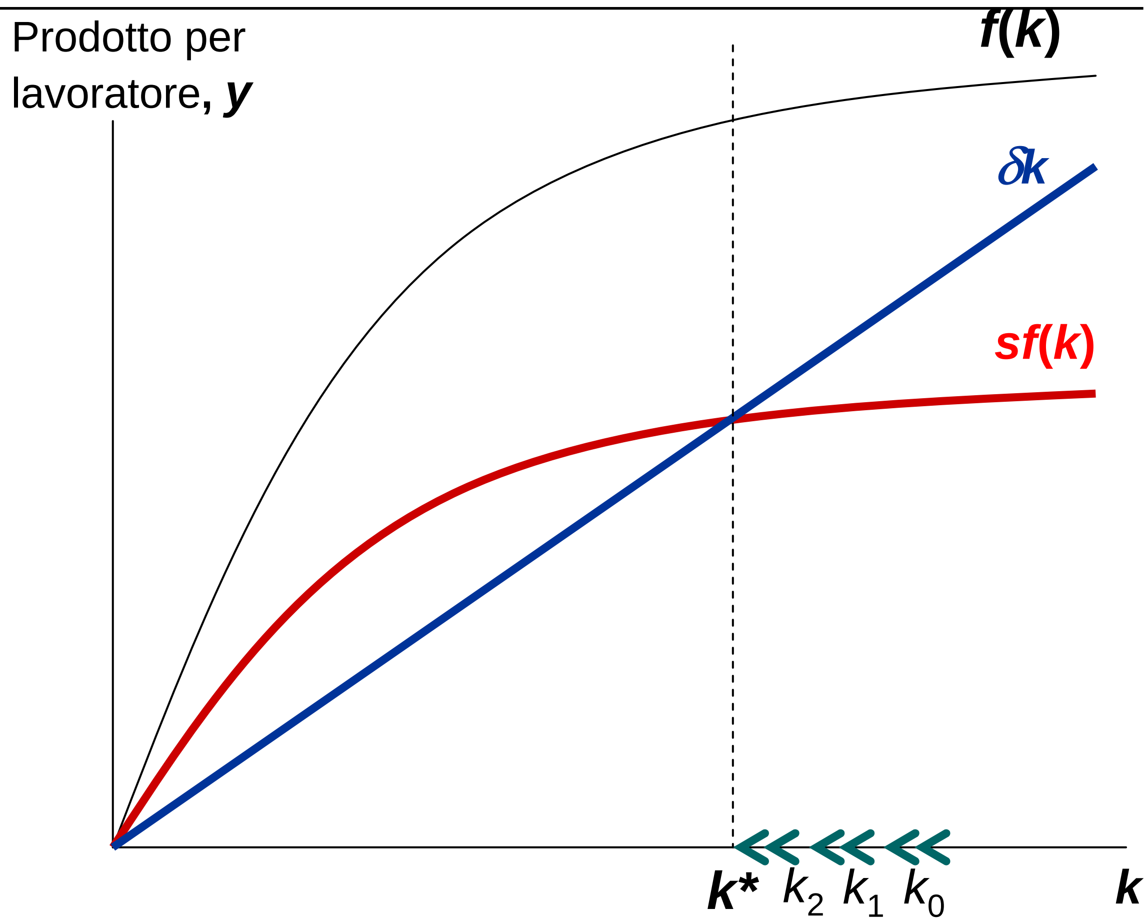
Se k_0 è inferiore a k^* lo stock di capitale tende a crescere nel tempo



Analisi dinamica

La convergenza verso lo stato stazionario

Se k_0 è superiore a k^* lo stock di capitale tende a calare nel tempo



Lo stato stazionario
La matematica

Lo stato stazionario è caratterizzato da $\Delta k = 0$

Poiché la funzione di accumulazione del capitale è data da:

$$\Delta k = sf(k) - \delta k$$

Avremo:

$$0 = sf(k^*) - \delta k^*$$

Riordinando i termini si ottiene:

$$k^* / f(k^*) = s / \delta$$

Lo stato stazionario
La matematica

In stato stazionario l'ammortamento e gli investimenti sono uguali e lo stock di capitale smette di crescere.

Quindi anche la produzione pro capite smette di crescere e in stato stazionario è pari a:

$$y^* = f(k^*)$$

La convergenza allo stato stazionario

La funzione Cobb-Douglas

Le funzioni di produzione *totale* e *pro capite* sono date da:

$$\boxed{Y = F(K, L) = K^{1/2} L^{1/2}}$$

$$\boxed{y = \frac{Y}{L} = k^{1/2} = \sqrt{k}}$$

Se il tasso di risparmio è pari a **s = 0,3** e il capitale si deprezza del 10% all'anno **δ = 0,10**.

Prendendo un capitale iniziale pari a 4 possiamo calcolare l'andamento dinamico dell'economia:

Tabella 7.2 **La tendenza allo stato stazionario: un esempio numerico**

Ipotesi: $y = \sqrt{k}$; $s = 0{,}3$; $\delta = 0{,}1$; k iniziale $= 4{,}0$

Anno	k	y	c	i	δk	Δk
1	4,000	2,000	1,400	0,600	0,400	0,200
2	4,200	2,049	1,435	0,615	0,420	0,195
3	4,395	2,096	1,467	0,629	0,440	0,189
4	4,584	2,141	1,499	0,642	0,458	0,184
5	4,768	2,184	1,529	0,655	0,477	0,178
⋮						
10	5,602	2,367	1,657	0,710	0,560	0,150
⋮						
25	7,321	2,706	1,894	0,812	0,732	0,080
⋮						
100	8,962	2,994	2,096	0,898	0,896	0,002
⋮						
∞	9,000	3,000	2,100	0,900	0,900	0,000

Lo stato stazionario

La funzione Cobb-Douglas

Come visto lo stato stazionario è identificato dal livello di capitale tale per cui:

$$\boxed{\Delta k^* = sf(k^*) - \delta k^* = 0}$$

ovvero

$$\boxed{\frac{k^*}{f(k^*)} = \frac{s}{\delta}}$$

Poiché ***s* = 0,3** e ***δ* = 0,10**

$$\boxed{\frac{k^*}{\sqrt{k^*}} = \frac{0{,}3}{0{,}1}}$$

E risolvendo otteniamo: *k** = 9

Analisi di un caso: Lo stock di capitale e la crescita di Giappone e Germania dopo la seconda guerra mondiale.

Il tasso di risparmio
Gli effetti di lungo periodo

Una variazione del tasso di risparmio comporta una modifica del livello degli investimenti.

Se il tasso di risparmio aumenta la curva

$$sf(k)$$

si sposta verso l'alto. Per ogni livello di capitale una parte maggiore di produzione viene destinata ai risparmi e investita.

La statica comparata
Una variazione del tasso di risparmio

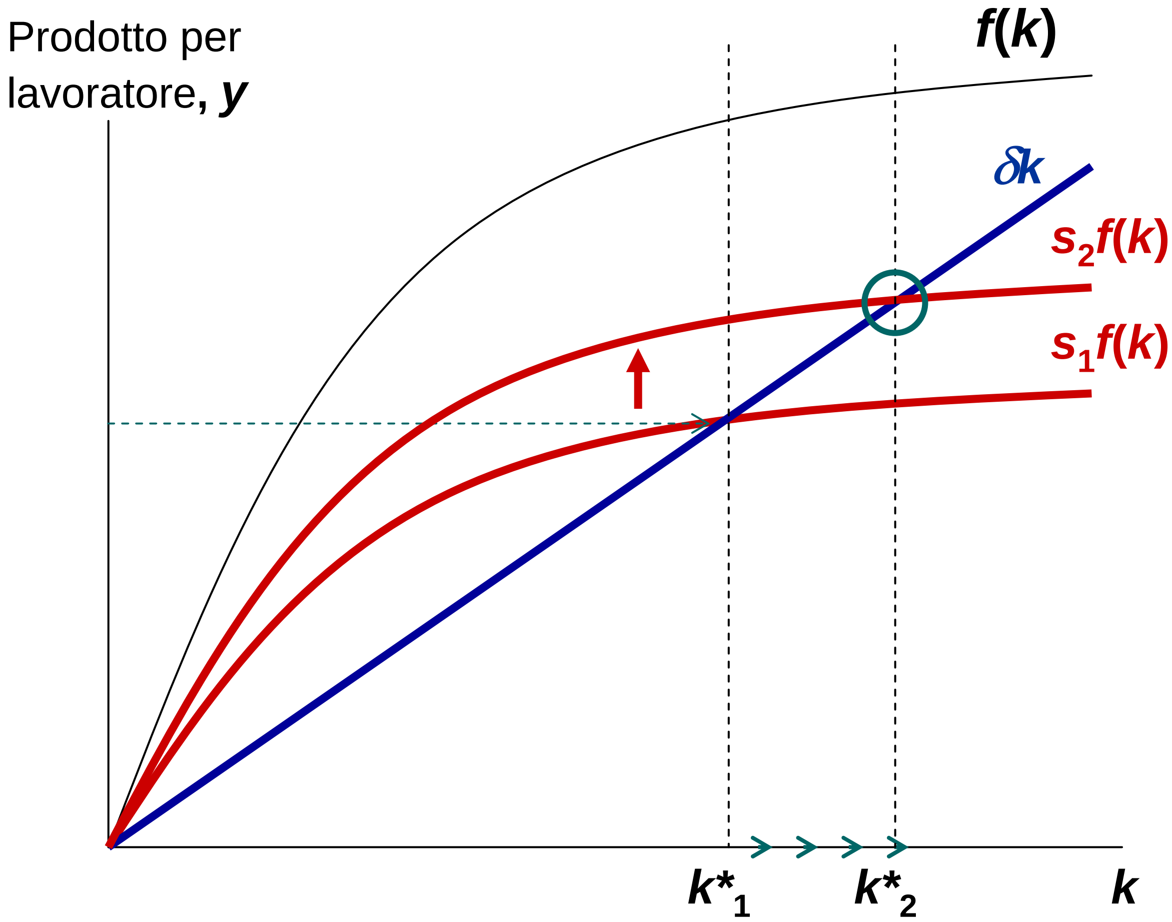
Un aumento del tasso di risparmio:

da s_1 a s_2

sposta la curva

sf(k)

verso l'alto



Il tasso di risparmio
Gli effetti di lungo periodo

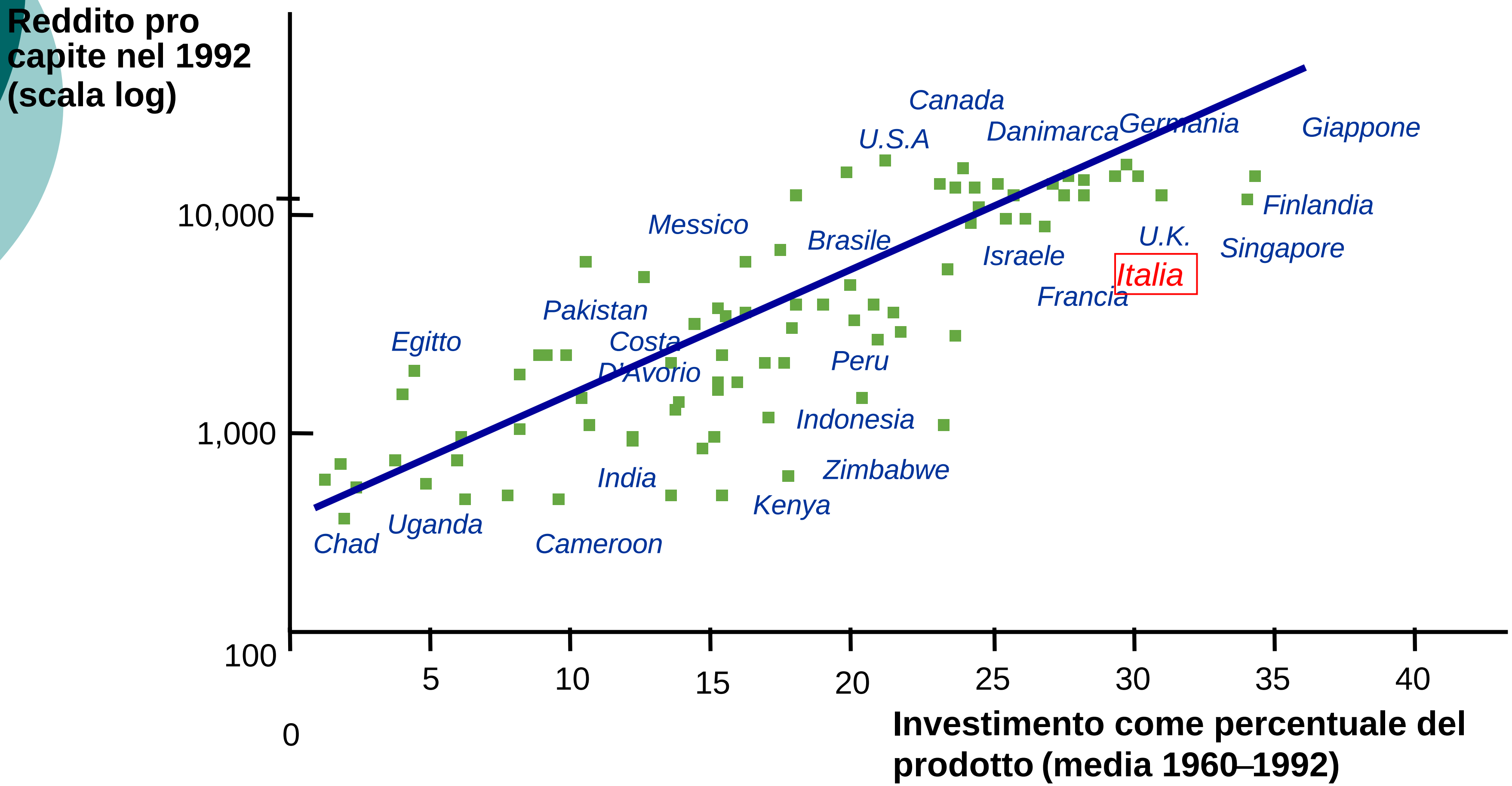
Il capitale di stato stazionario ***k**** cresce con il tasso di risparmio.

Anche la produzione pro capite è positivamente correlata con il tasso di risparmio e ***y* = *f*(*k**)** cresce con *s*.

Il modello di Solow predice che paesi con tassi di risparmio e investimento superiori abbiano (in stato stazionario) un livello di reddito superiore

Evidenza empirica

Tassi di investimento e reddito pro capite



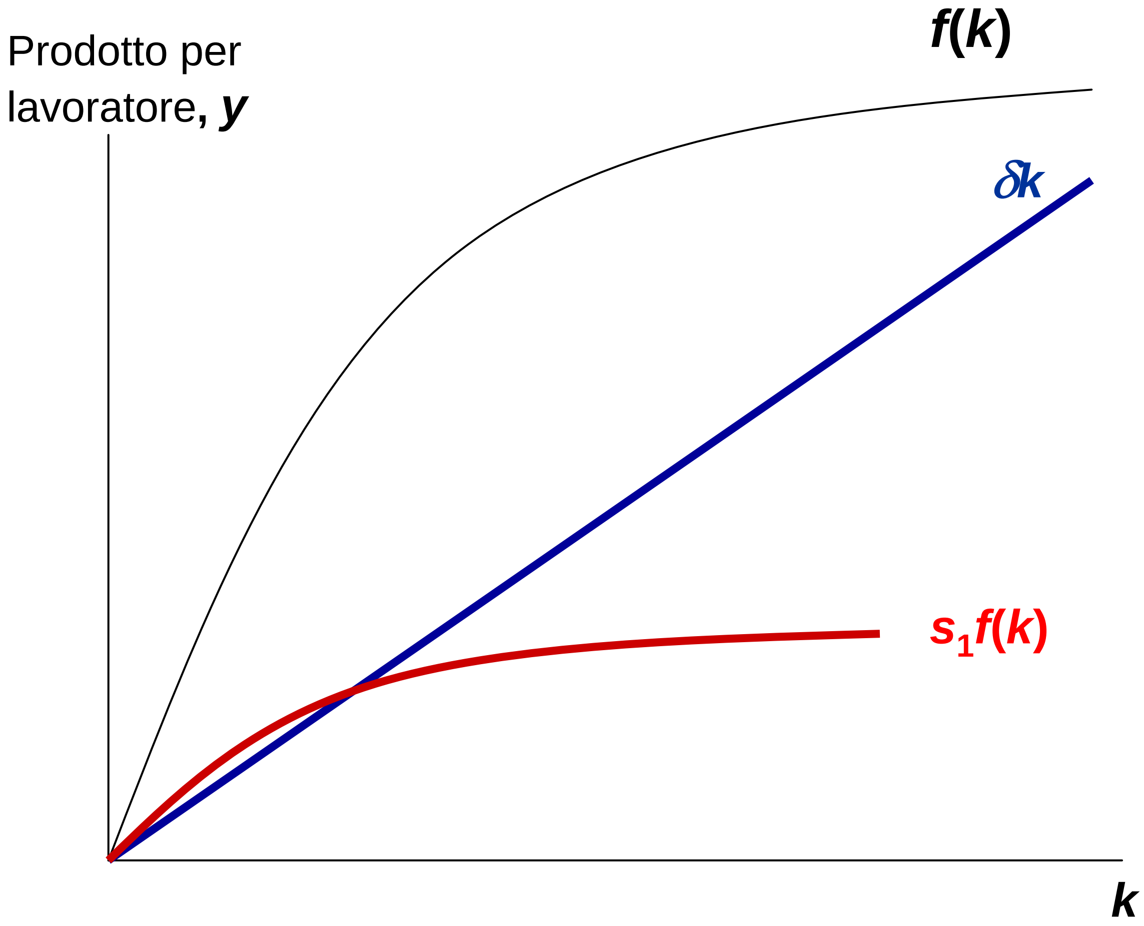
Il tasso di risparmio
Gli effetti di lungo periodo

Domanda:

Possiamo quindi concludere che il benessere degli individui è massimo quando il tasso di risparmio è massimo?

Quale tasso di risparmio è desiderabile?
La regola aurea: "golden rule"

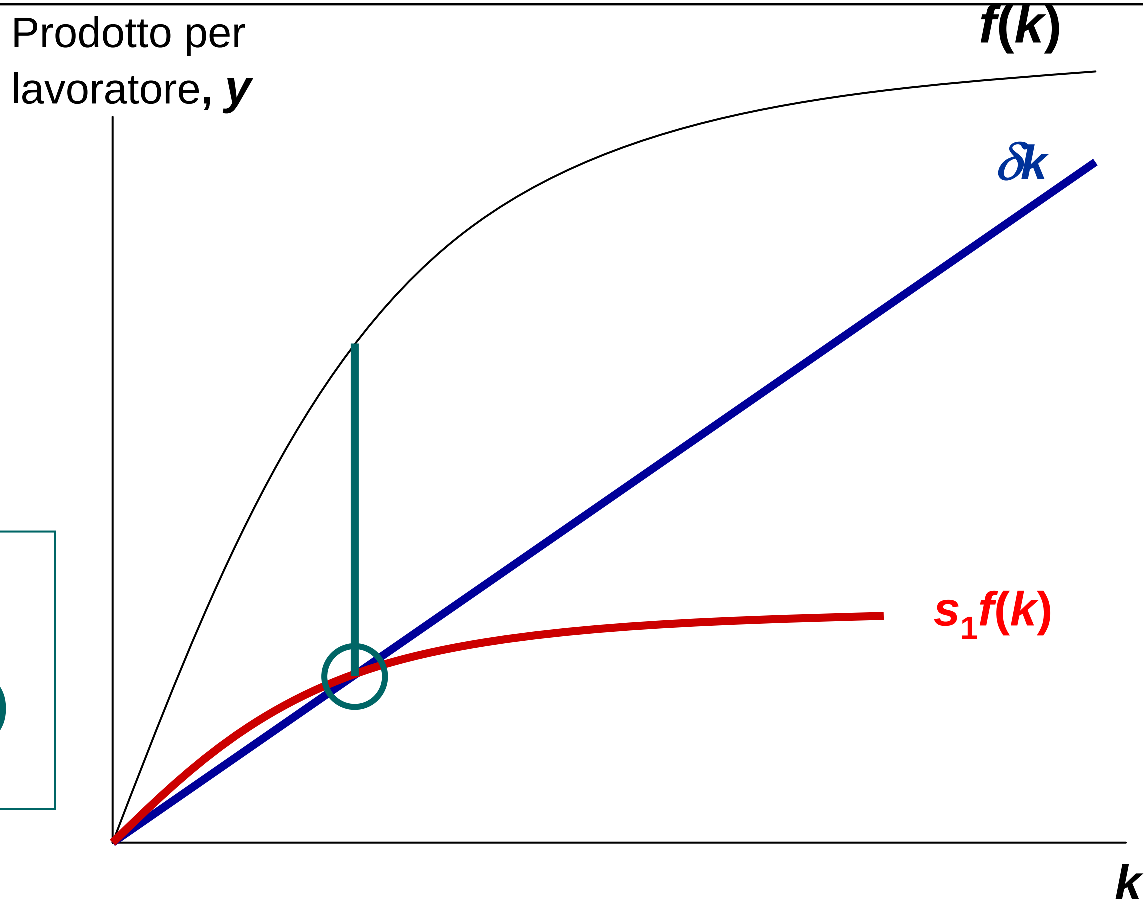
Per rispondere alla domanda fissiamo per esempio un tasso di risparmio s_1



La massimizzazione dei consumi

La golden rule

In stato stazionario gli investimenti sono pari all’ammortamento

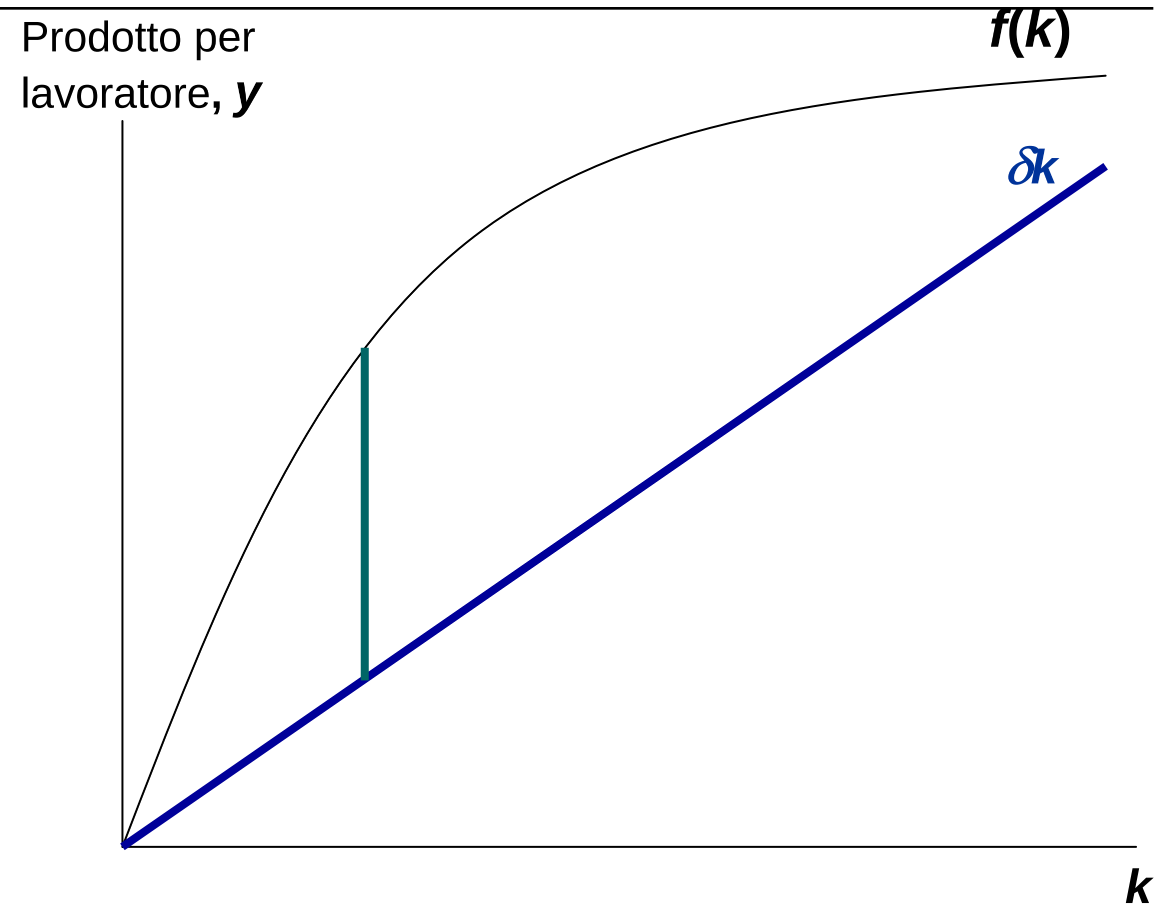


Il consumo di stato stazionario è dato dalla distanza verticale tra ***f*(*k*)** e ***δk***

La massimizzazione dei consumi
La golden rule

L'utilità dipende dal consumo di beni e servizi.

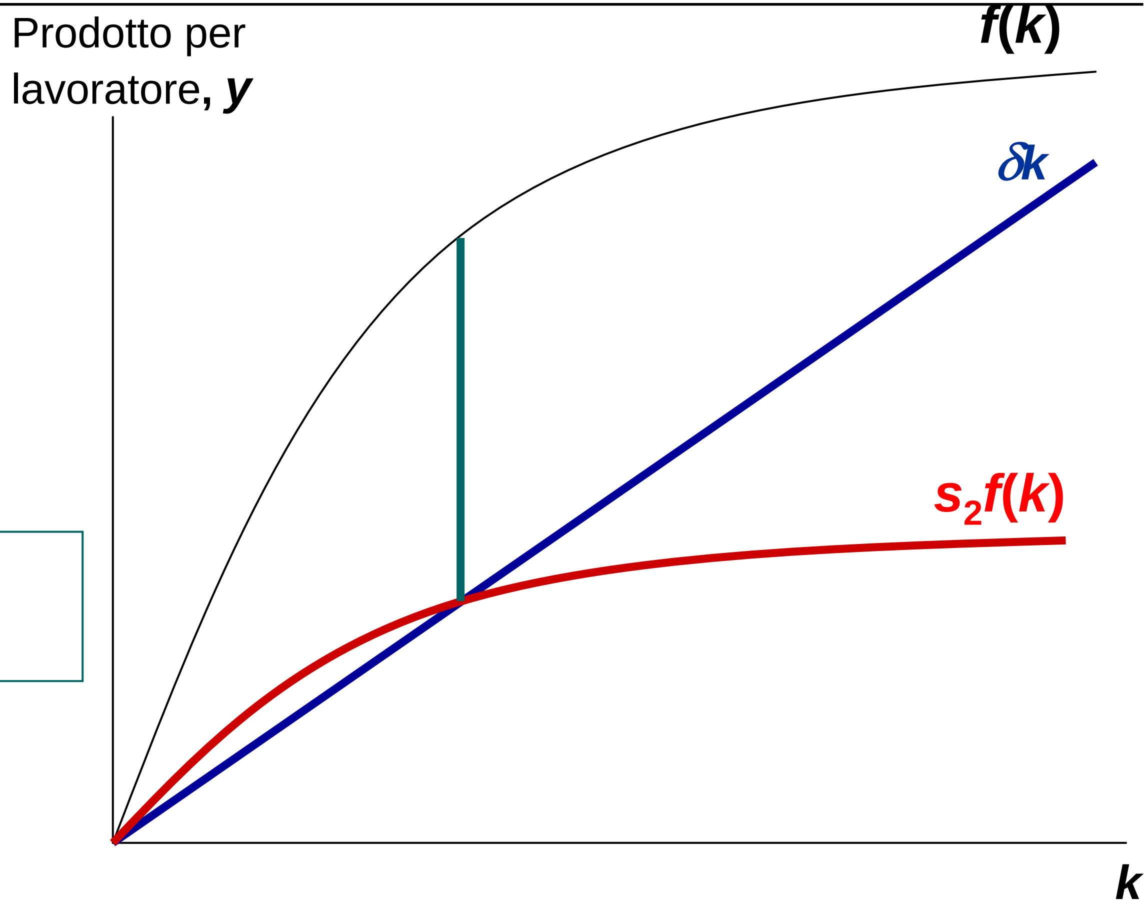
Il benessere è massimo quando i consumi sono massimi



La massimizzazione dei consumi
La golden rule

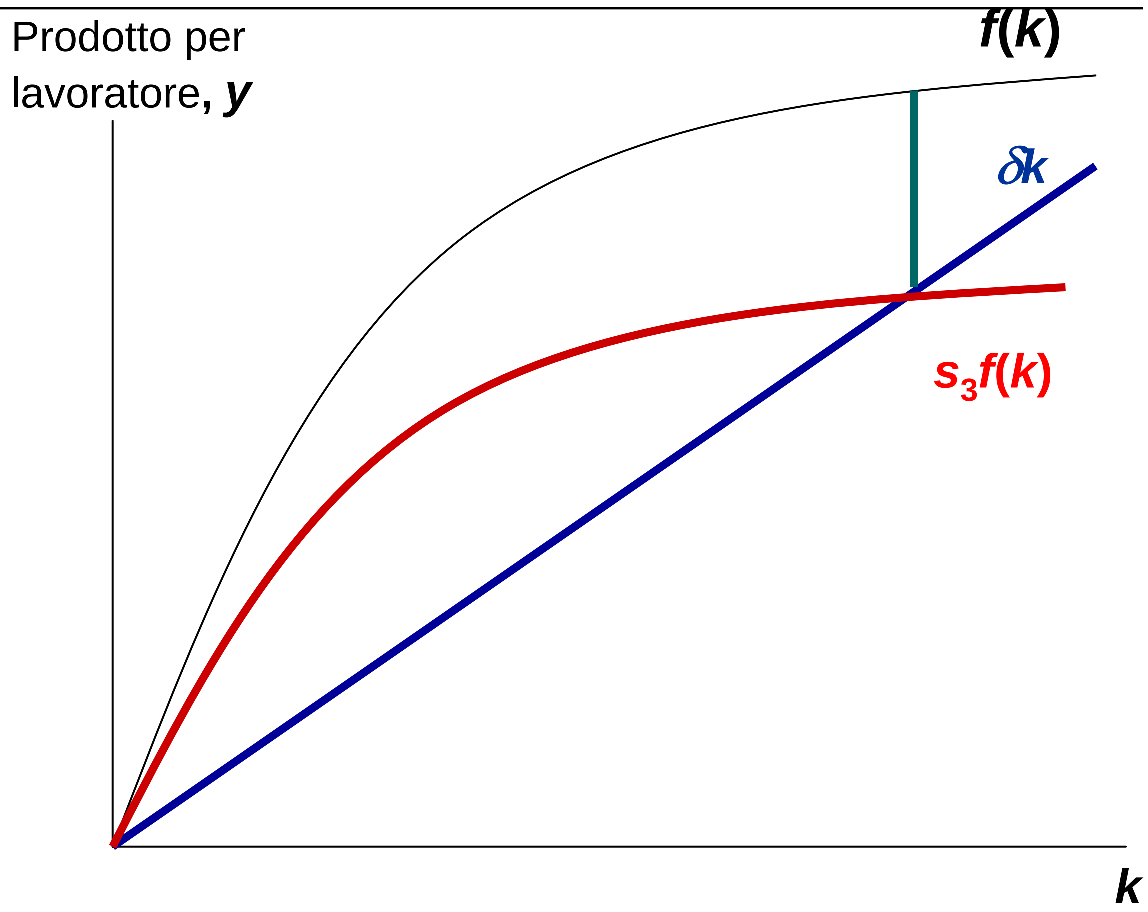
Se il tasso di risparmio aumenta a s_2

Il consumo di stato stazionario cresce



La massimizzazione dei consumi
La golden rule

Ma se il tasso di risparmio fosse ancora superiore: s_3



Il consumo di stato stazionario sarebbe inferiore

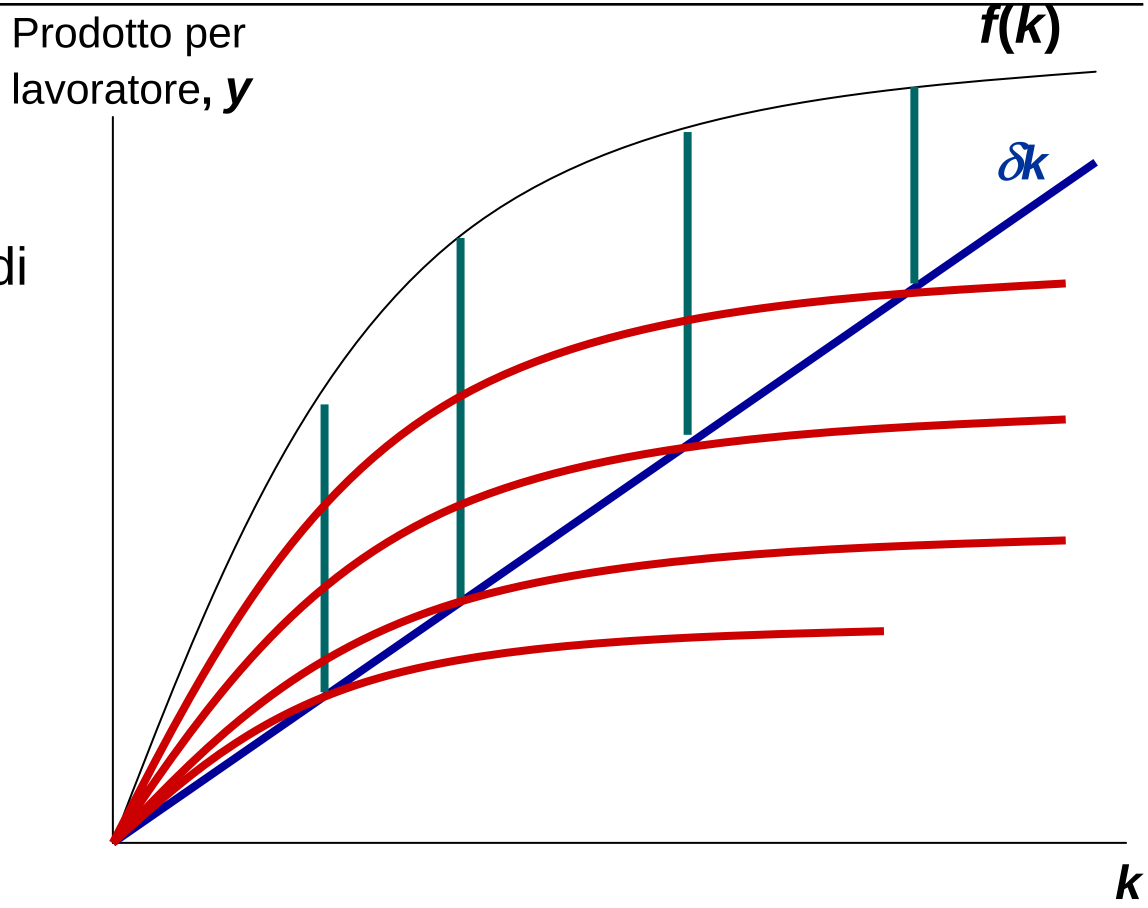
Il tasso di risparmio
Gli effetti di lungo periodo

Quale tasso di risparmio permette di raggiungere il livello di capitale pro capite di stato stazionario che permette di massimizzare i consumi?

La massimizzazione dei consumi

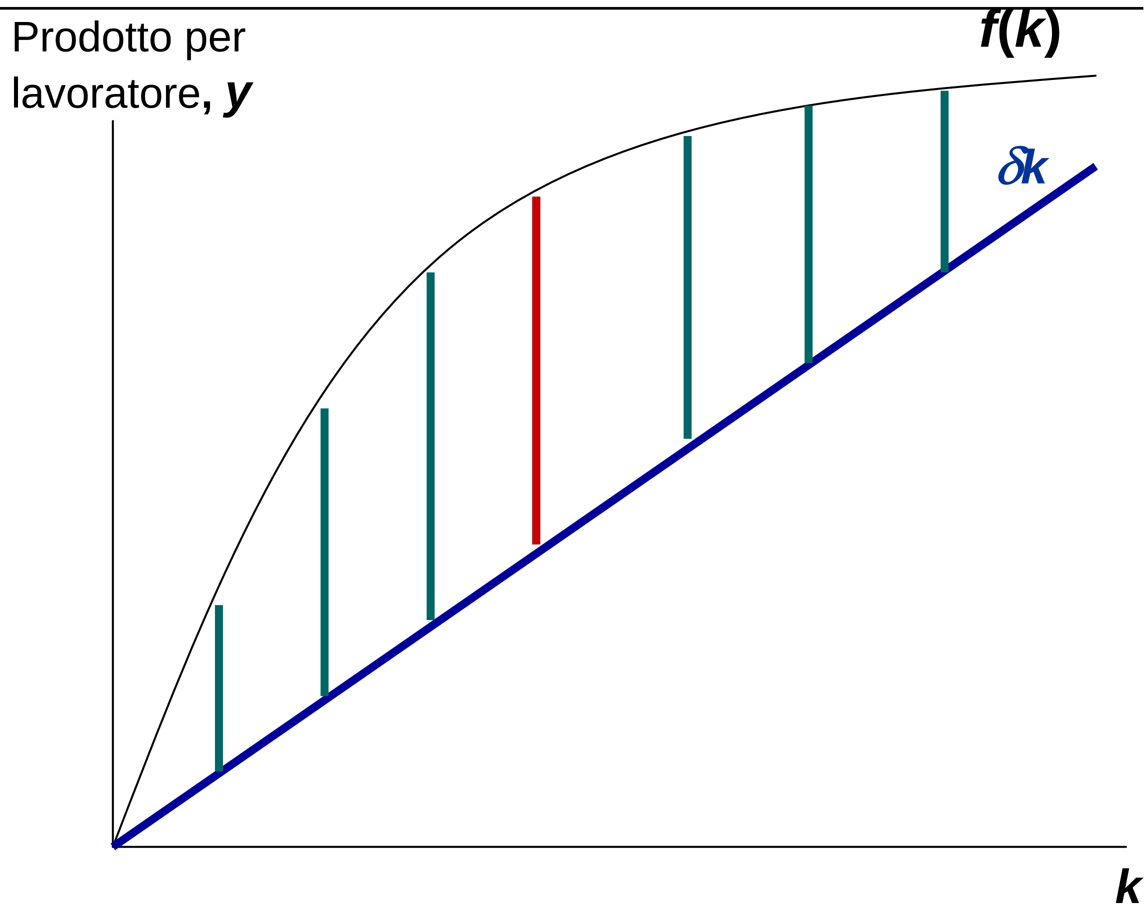
La golden rule

Partendo con bassi tassi di risparmio il consumo di stato stazionario prima cresce e poi cala



La massimizzazione dei consumi

La golden rule



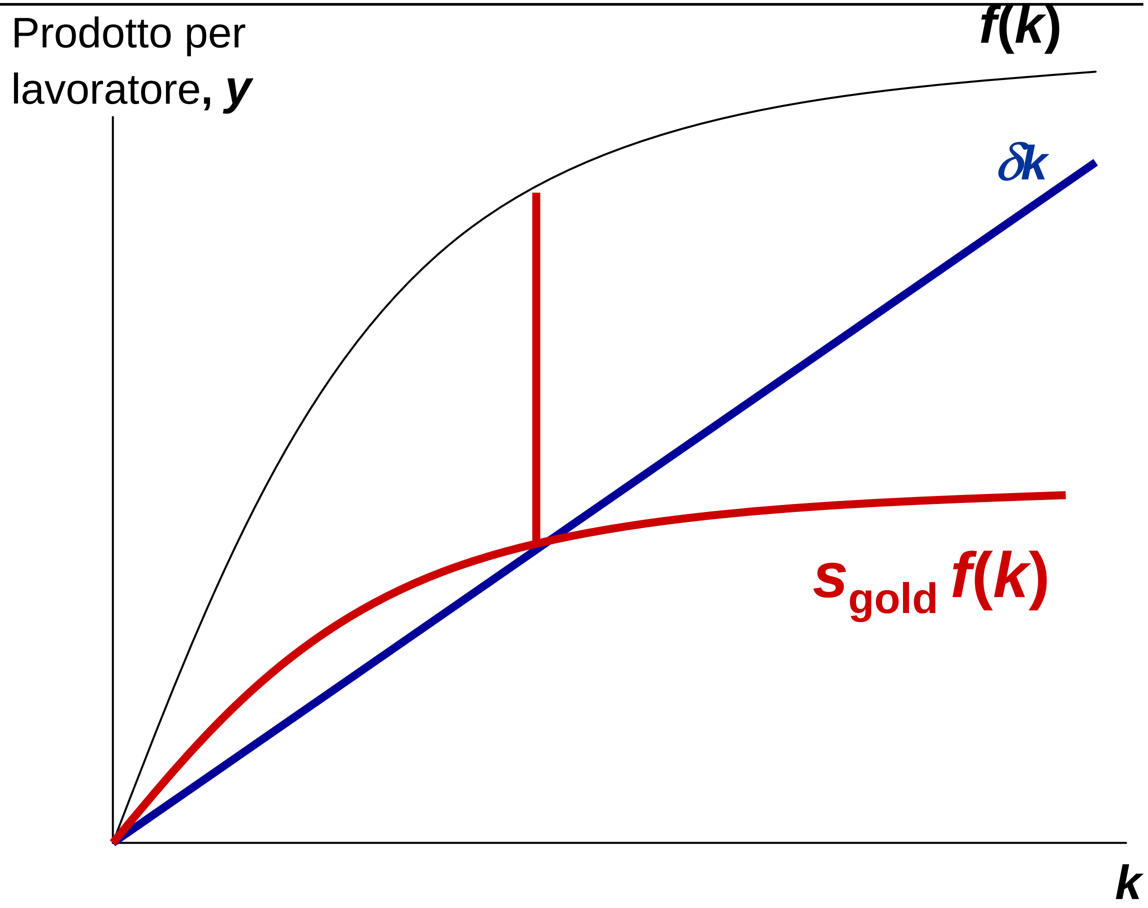
La massimizzazione dei consumi

La golden rule

Il tasso di risparmio di golden rule è

s_{gold}

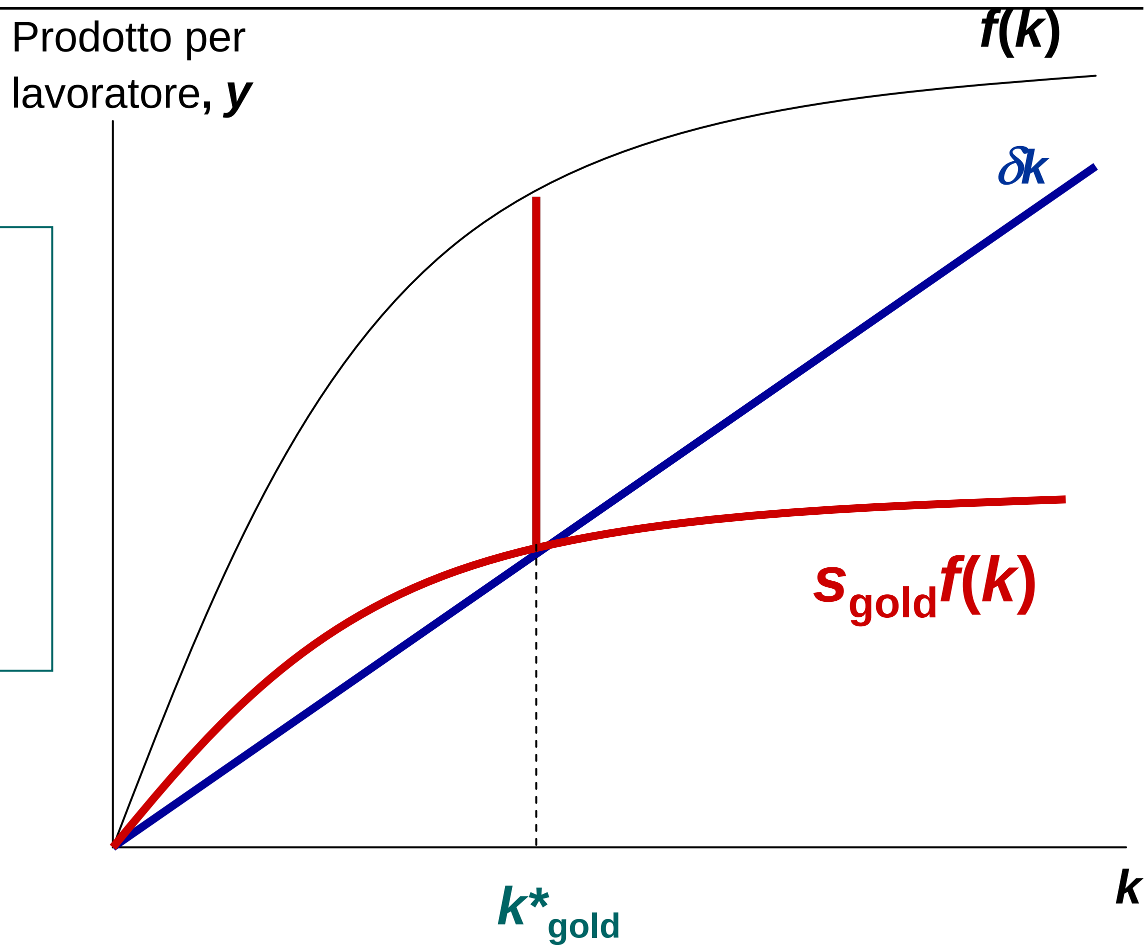
ed è l'unico che massimizza i consumi di stato stazionario



La massimizzazione dei consumi
La golden rule

Nello stato stazionario di golden rule abbiamo un livello di capitale

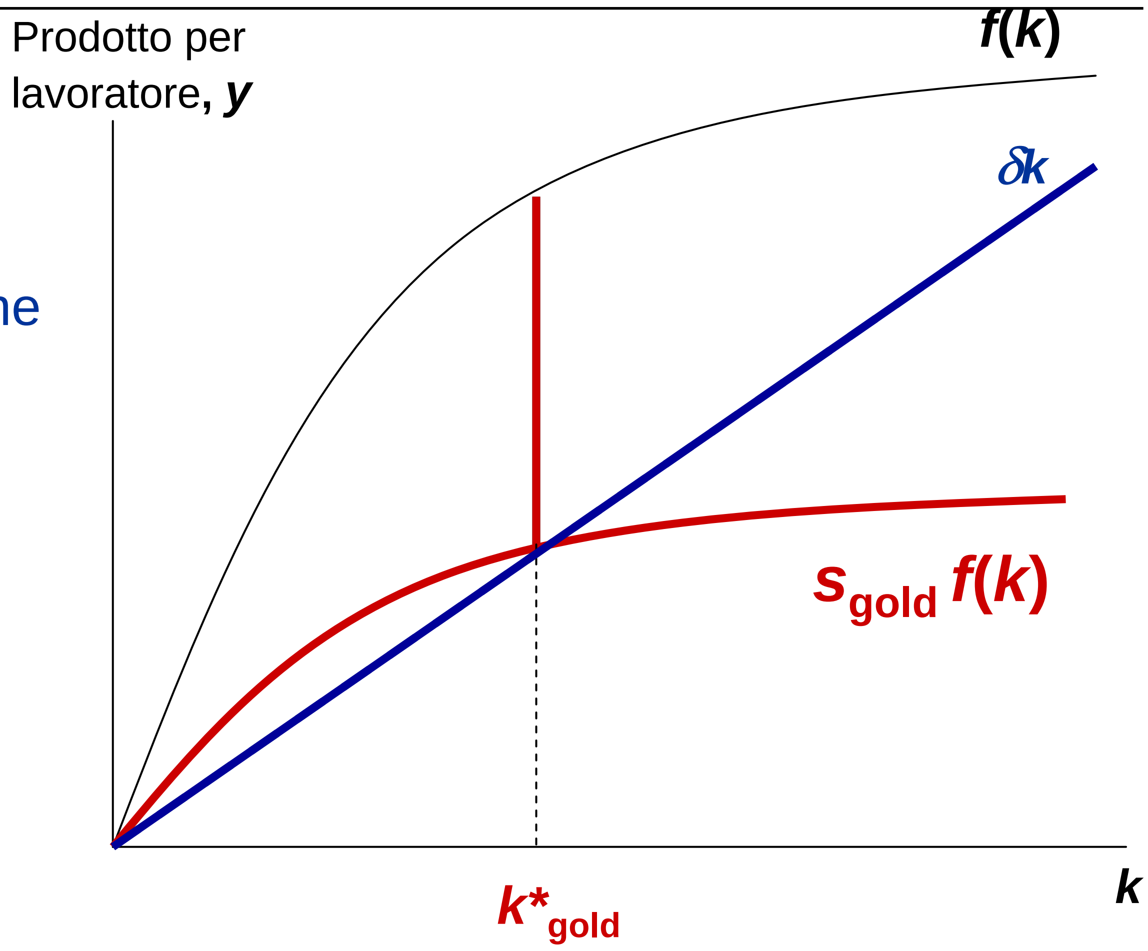
k^*_{gold}



La massimizzazione dei consumi
La golden rule

Graficamente nello stato stazionario di golden rule la pendenza della funzione di produzione è uguale a quella della retta di ammortamento:

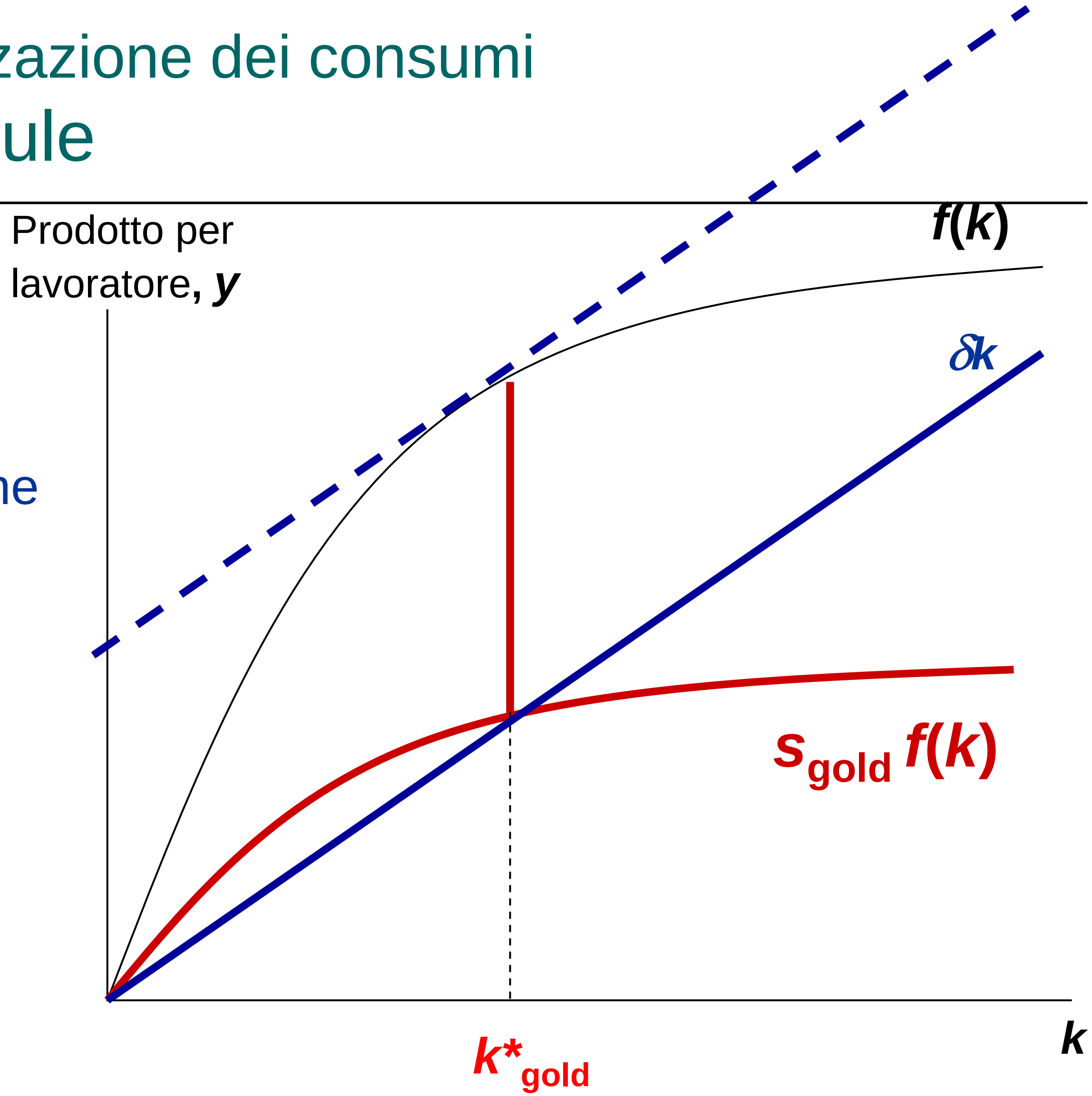
$$MPK = \delta$$



La massimizzazione dei consumi
La golden rule

Graficamente nello stato stazionario di golden rule la pendenza della funzione di produzione è uguale a quella della retta di ammortamento:

$$MPK = \delta$$



La regola aurea: Matematicamente

Il consumo di stato stazionario è dato da:

$$\boldsymbol{c^* = y^* - i^*} \text{ ovvero } \boldsymbol{c^* = f(k^*) - i^*}$$

quindi è una funzione di k^* data da:

$$\boldsymbol{c^*(k^*) = f(k^*) - \delta k^*}$$

Il massimo della funzione $c(k^*)$ si ottiene calcolando la derivata rispetto a k^* e uguagliandola a zero. Otteniamo:

$$\boldsymbol{f'(k^*) = \delta}$$

ovvero

$$\boldsymbol{PMK = \delta}$$

La regola aurea

L'economia non tende al capitale di regola aurea automaticamente. Solo se il tasso di risparmio è quello compatibile con l'ottenimento di k^*_{gold} il consumo viene massimizzato.

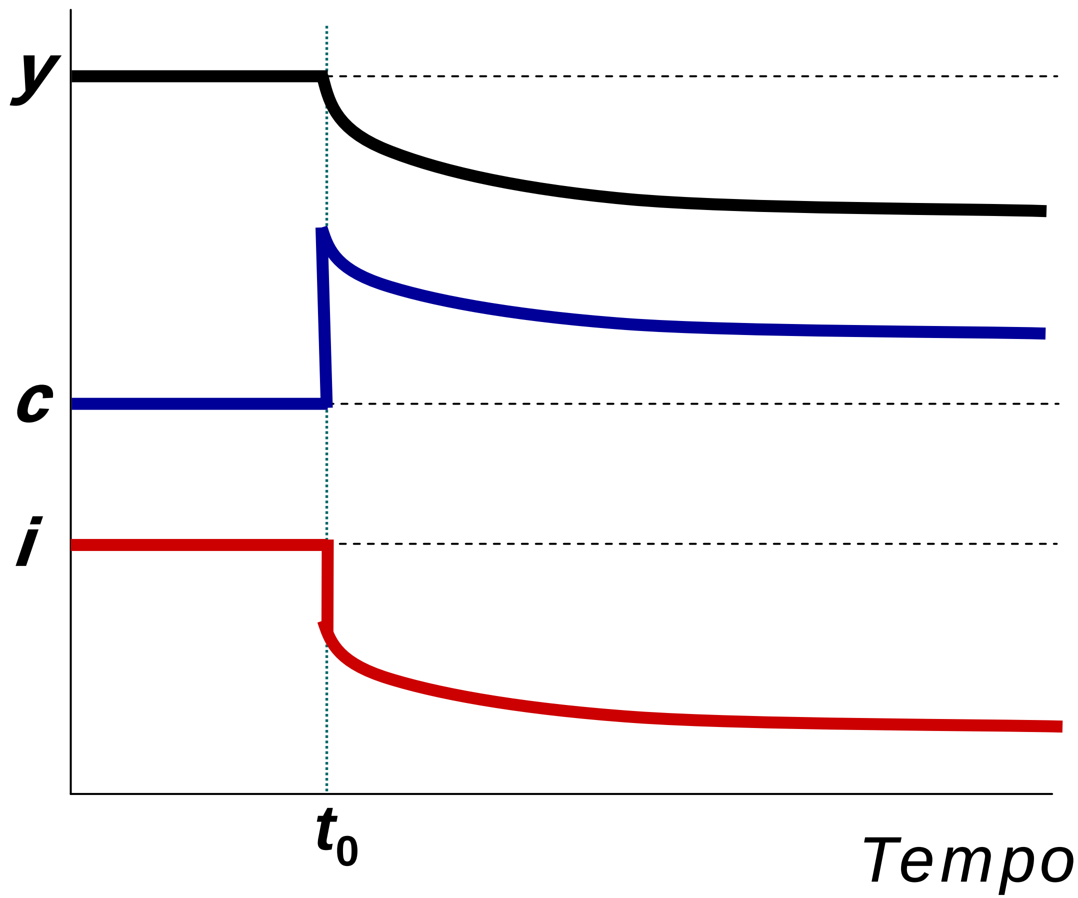
Se così non è allora l'ottenimento della produzione di regola aurea richiede un cambiamento del tasso di risparmio.

Cosa succede in seguito alla variazione del tasso di risparmio durante la transizione al nuovo stato stazionario?

k^*_{gold}

Un aumento di c^* è ottenibile con una riduzione di s.

Il consumo è superiore a quello iniziale durante tutta la transizione all'equilibrio



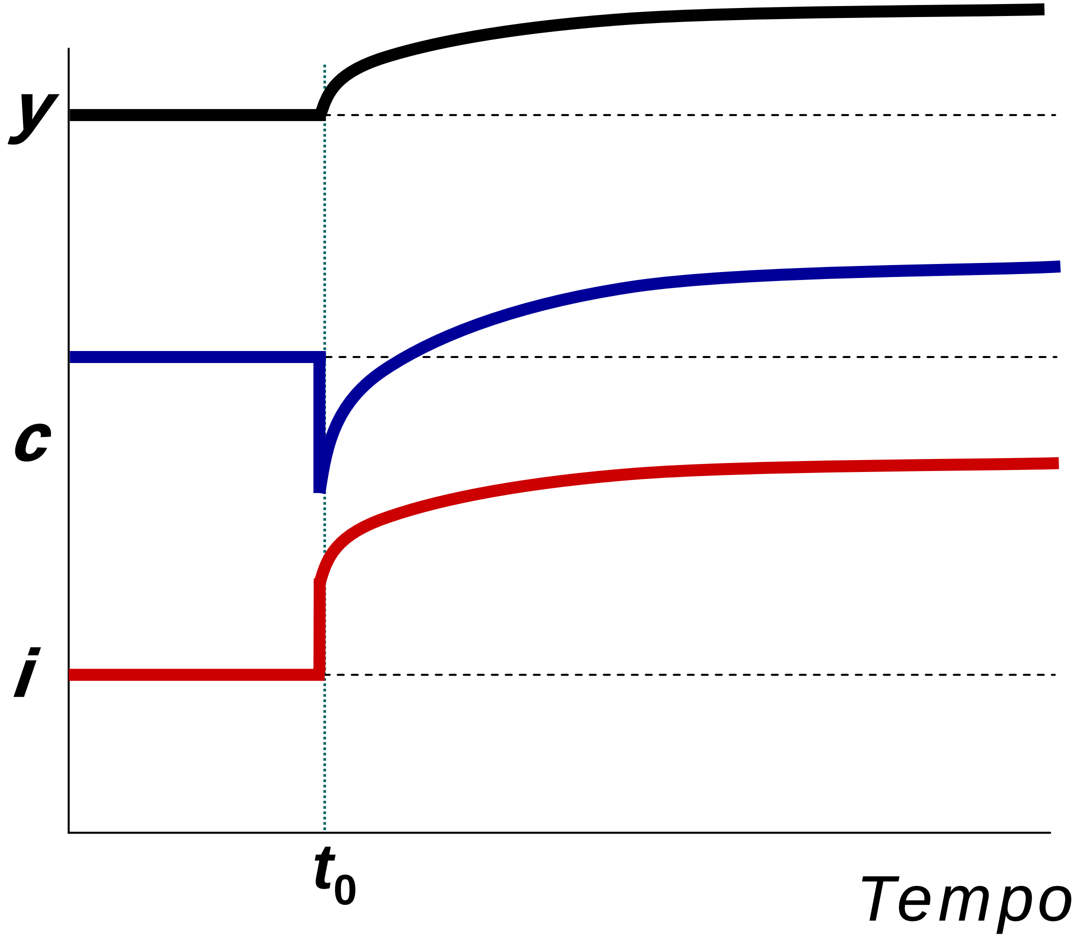
Idea: il troppo capitale installato viene consumato

Se il capitale iniziale è troppo basso: $k^* < k^*_{gold}$

Un aumento di c^* è ottenibile con un aumento di s.

Il consumo è superiore a quello iniziale nel lungo periodo (per definizione di regola aurea)

Ma nel breve periodo diminuisce per permettere l'accumulazione di capitale.



La popolazione nel modello di Solow

La popolazione e la forza lavoro totale crescono a un tasso esogeno e costante: ***n*** che rappresenta la variazione percentuale di ***L:***

$$n \equiv \frac{\Delta L}{L}$$

Esempio: Se ***L*** = 100 nell'anno 2004 e la popolazione cresce del 5% all'anno allora ***n*** = 0,05 e Δ***L*** = ***nL*** = 0,05 $\times$ 100 = 5

Quindi nell'anno 2005 avremo ***L*** = 105

Il capitale pro capite con crescita della popolazione

Se la popolazione cresce l'investimento non solo deve rimpiazzare l'ammortamento ma anche fornire capitale ai nuovi lavoratori.

Quindi:

$(\delta + n)k$ = **livello di investimento**, necessario per mantenere k costante

nk capitale pro capite per i nuovi lavoratori

δk ammortamento

Lo stato stazionario con crescita della popolazione

Lo *stato stazionario* è sempre definito dal fatto che il capitale pro capite non cambia

Quindi in equilibrio:

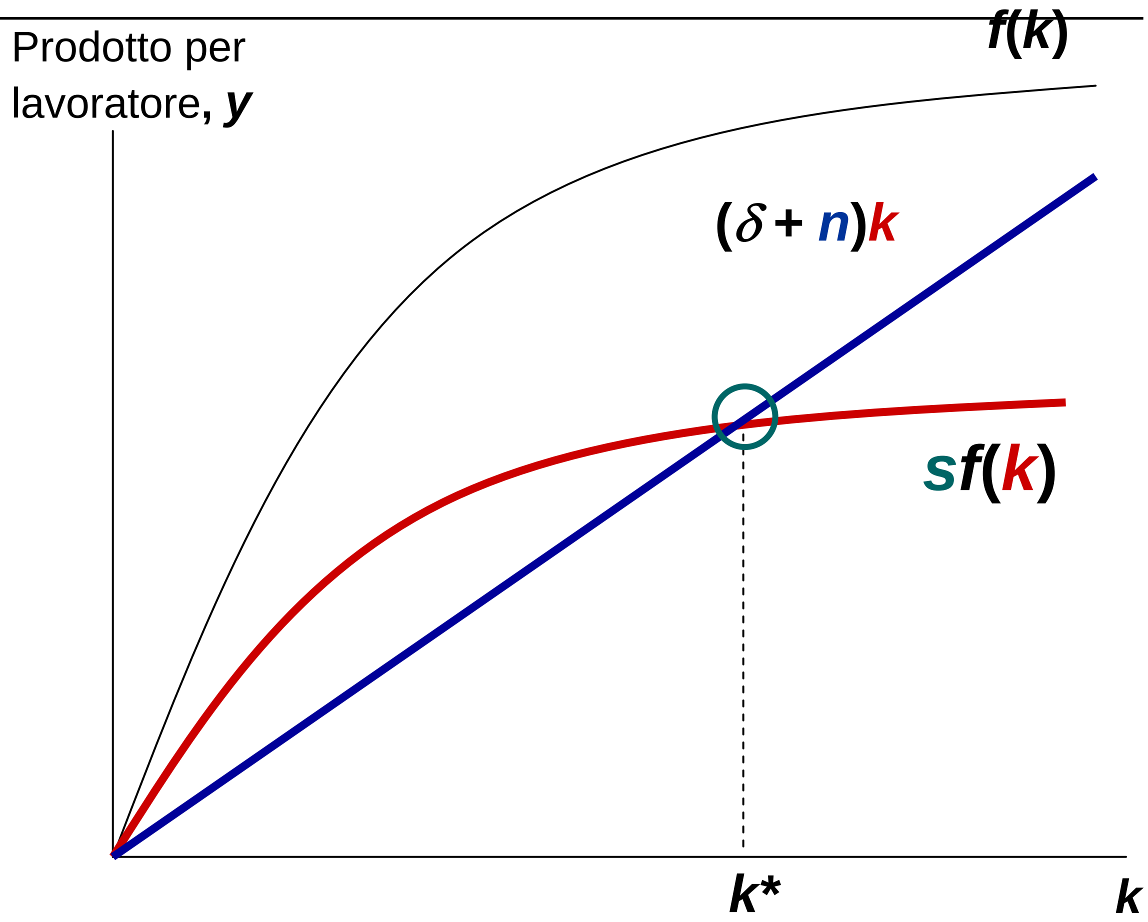
$$\Delta \boldsymbol{k} = \boldsymbol{s}\boldsymbol{f}(\boldsymbol{k}) - (\delta + \boldsymbol{n})\boldsymbol{k} = 0$$

Ovvero l'investimento è pari alla riduzione del capitale pro capite:

$$\boldsymbol{s}\,\boldsymbol{f}(\boldsymbol{k}) = (\delta + \boldsymbol{n})\boldsymbol{k}$$

Graficamente: Solow con crescita della popolazione

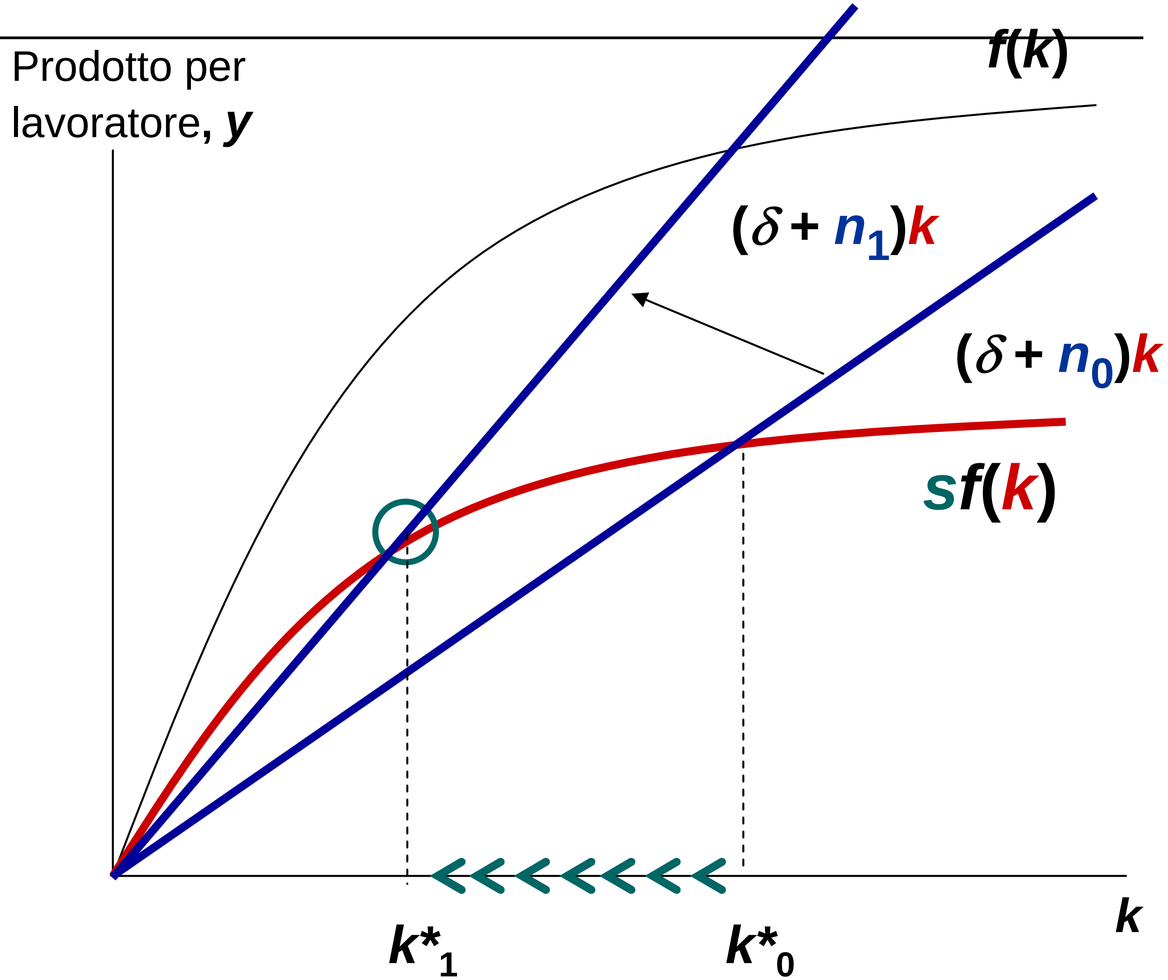
L'unica differenza è che in equilibrio la pendenza della retta di ammortamento dipende anche dalla crescita della popolazione



L'aumento del tasso di crescita della popolazione

Se ***n*** aumenta il livello di investimento necessario per mantenere ***k*** invariato cresce

E la produzione pro capite di equilibrio è inferiore



La popolazione nel modello di Solow

Più grande è $\boldsymbol{n}$ $\Rightarrow$ più piccolo è $\boldsymbol{k^*}$

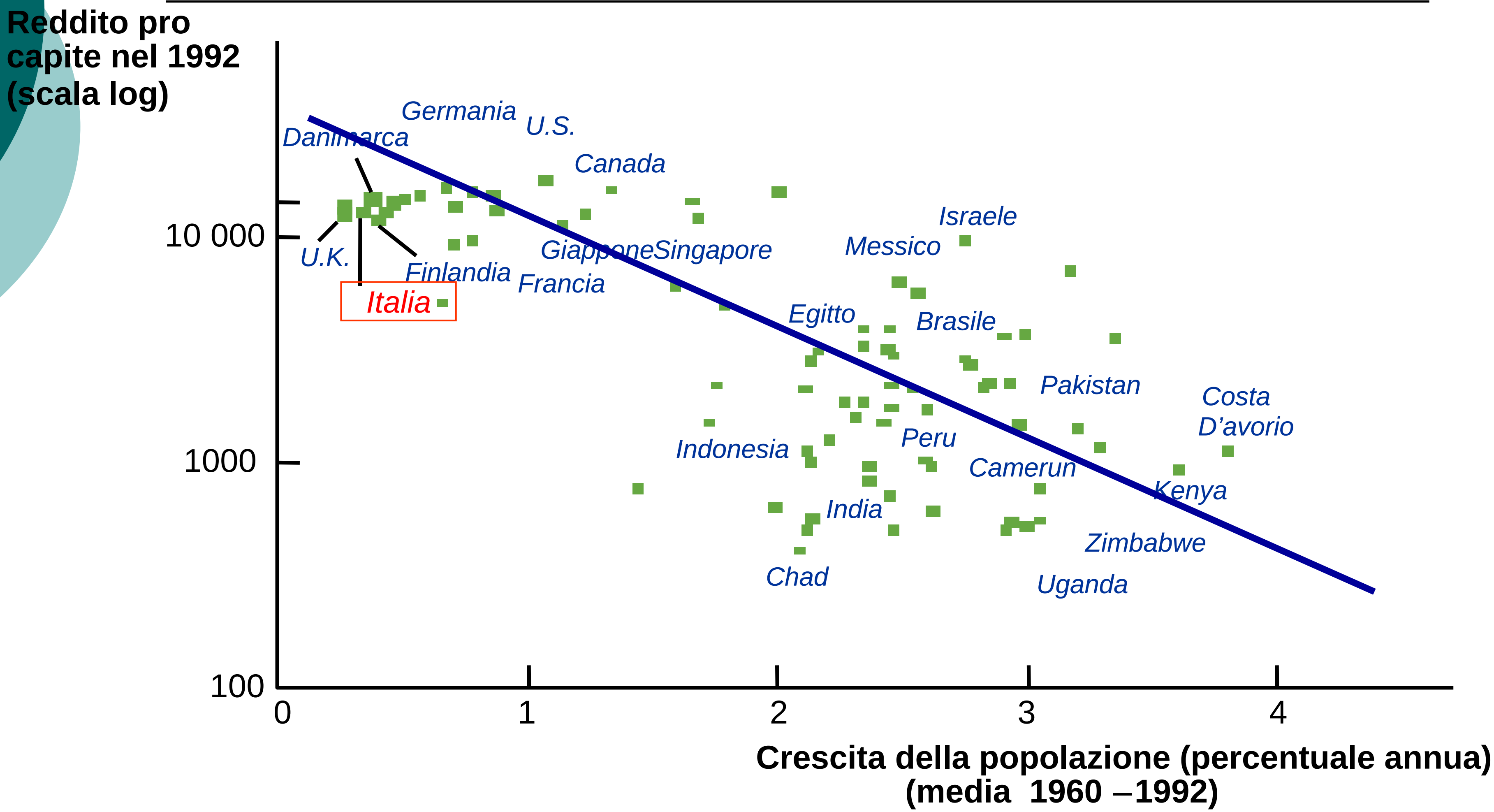
Dato che $\boldsymbol{y} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{k})$,

un minore $\boldsymbol{k^*}$ $\Rightarrow$ implica un minore $\boldsymbol{y^*}$

Maggiore il tasso di crescita della popolazione e minore il livello di reddito pro capite di equilibrio

Analisi di un caso

Crescita della popolazione e reddito pro capite

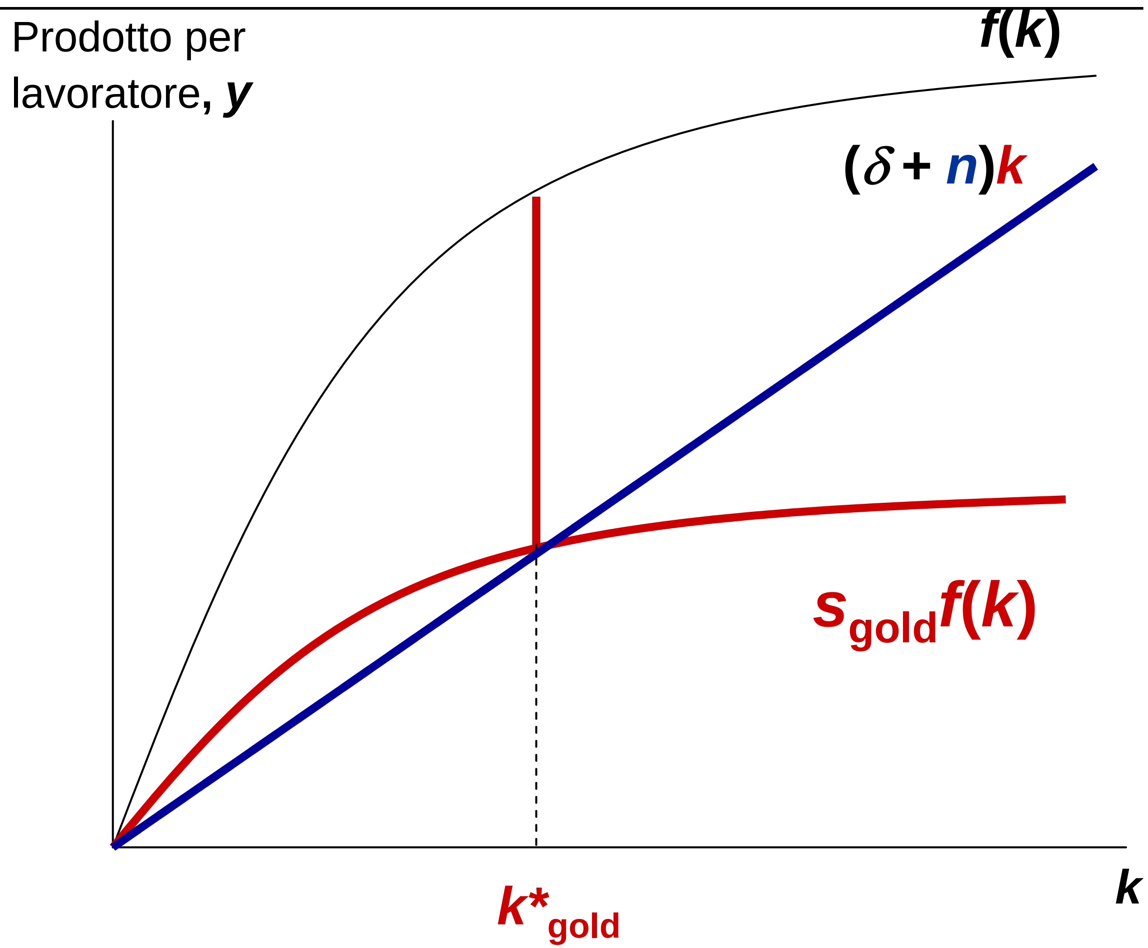


La massimizzazione dei consumi

La regola aurea con crescita della popolazione

Il consumo è massimo quando la produttività marginale eguaglia il tasso di ammortamento più il tasso di crescita della popolazione:

$$MPK = \delta + n$$



In sintesi

Il modello di Solow studia la crescita di lungo periodo. La crescita del tenore di vita (reddito) è legata all'accumulazione di capitale.

La dinamica del modello e l'avvicinamento allo stato stazionario dipende dalla quantità di capitale di partenza.

In sintesi

Predizioni: nel lungo periodo, il reddito di un paese dipende:

- positivamente dal suo tasso di interesse
- negativamente dalla sua crescita della popolazione.

Un aumento del tasso di risparmio porta a:

- maggiore produzione nel lungo periodo
- maggiore crescita (solo nel breve periodo)
- ...ma non permette una maggiore crescita in equilibrio di lungo periodo.

In sintesi

Se l’economia ha più capitale di quello di regola aurea allora una riduzione del tasso di risparmio aumenta il consumo in tutti i periodi futuri (tutte le generazioni stanno meglio).

Se l’economia ha meno capitale di quello di regola aurea allora un aumento del tasso di risparmio aumenta il consumo nel lungo periodo ma lo diminuisce nel breve quindi le generazioni presenti devono pagare un costo per aumentare il benessere di quelle future.

Effetti di un aumento della popolazione...